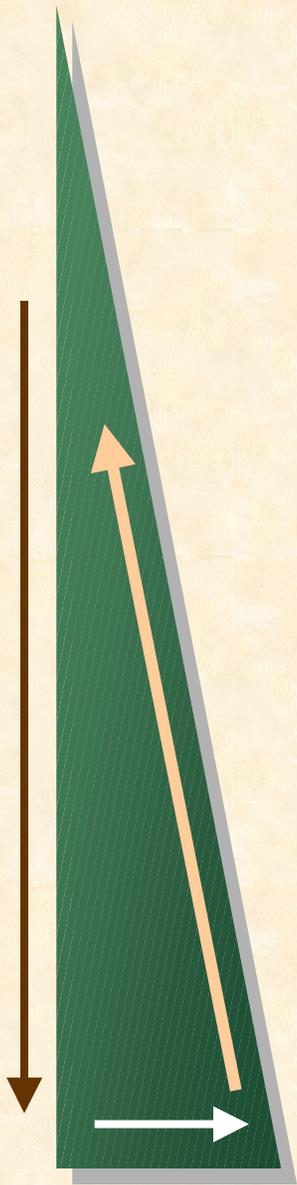


# 第十九节课



# 两种可变生产要素的生产函数

## ■ 长期生产函数

### ● 一般形式

$$Q = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$Q$ =最大产量； $X_i(i=1,2,\dots,n)$ =要素的投入量

该生产函数表示：长期内在技术水平不变的条件下由 $n$ 种可变生产要素投入量的一定组合所能生产的最大产量。



# 两种可变生产要素的生产函数

- 长期生产函数
  - 简单形式

$$Q = f(L, K)$$

Q=最大产量

L=劳动投入量

K=资本投入量



# 两种可变生产要素的生产函数

---

---

## ■ 假设

- 生产者有两种要素投入
  - ◆ 劳动 ( $L$ )
  - ◆ 资本 ( $K$ )



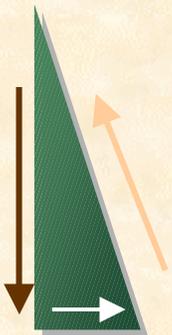
# 两种可变生产要素的生产函数

---

---

## ■ 注意

- 1) 在任意给定 $K$ 的水平上，产量随 $L$ 的投入增多而增加。
- 2) 在任意给定 $L$ 的水平上，产量随 $K$ 的投入增多而增加。
- 3) 投入的多种组合可以生产出相同的产量。



# 两种可变生产要素的生产函数

劳动投入

资本投入

1

2

3

4

5

1

20

40

55

65

75

2

40

60

75

85

90

3

55

75

90

100

105

4

65

85

100

110

115

5

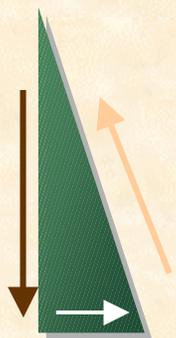
75

90

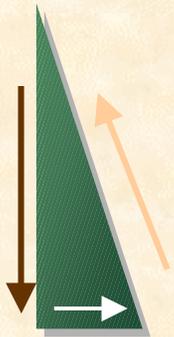
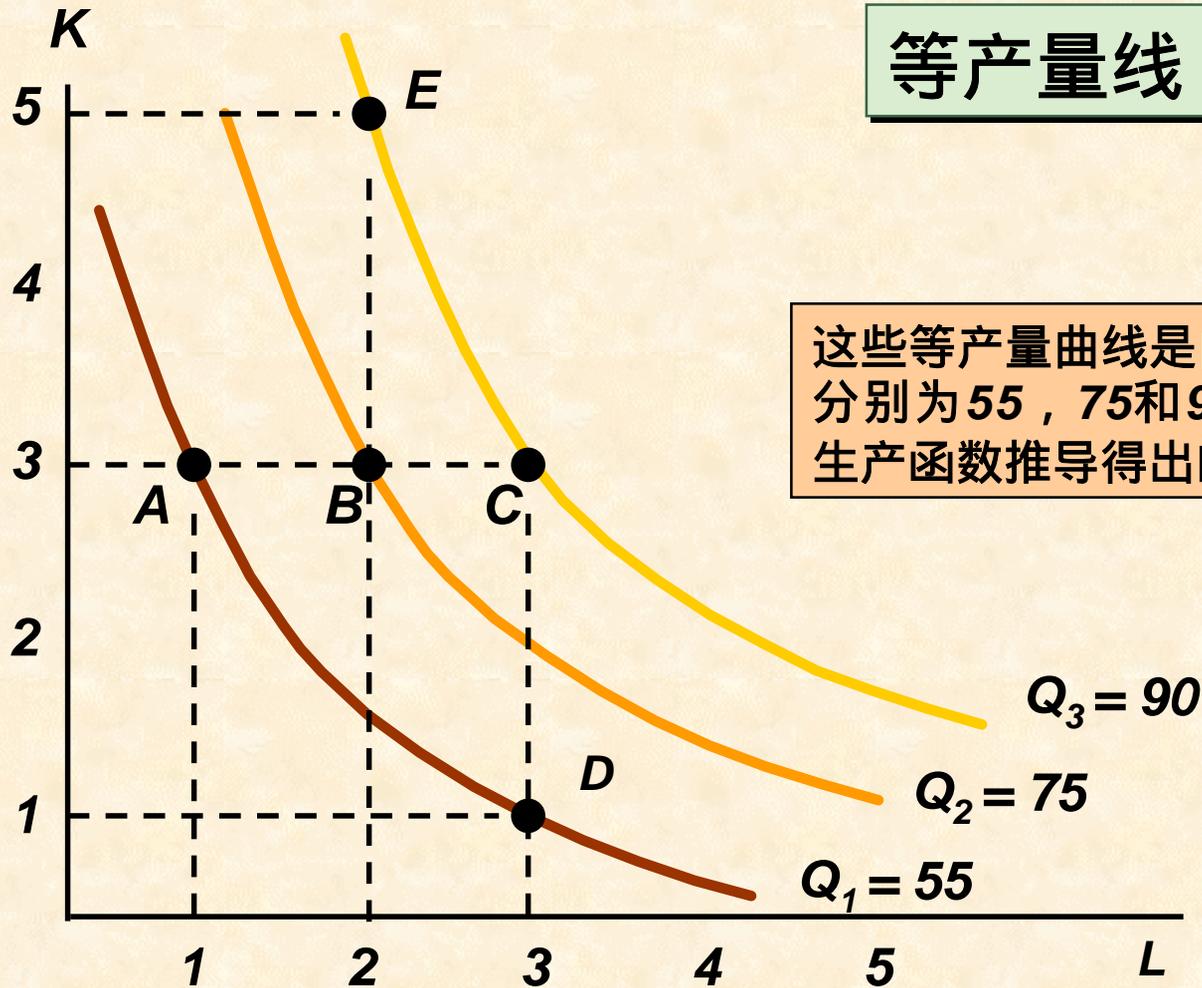
105

115

120



# 两种可变生产要素的生产函数



# 两种可变生产要素的生产函数

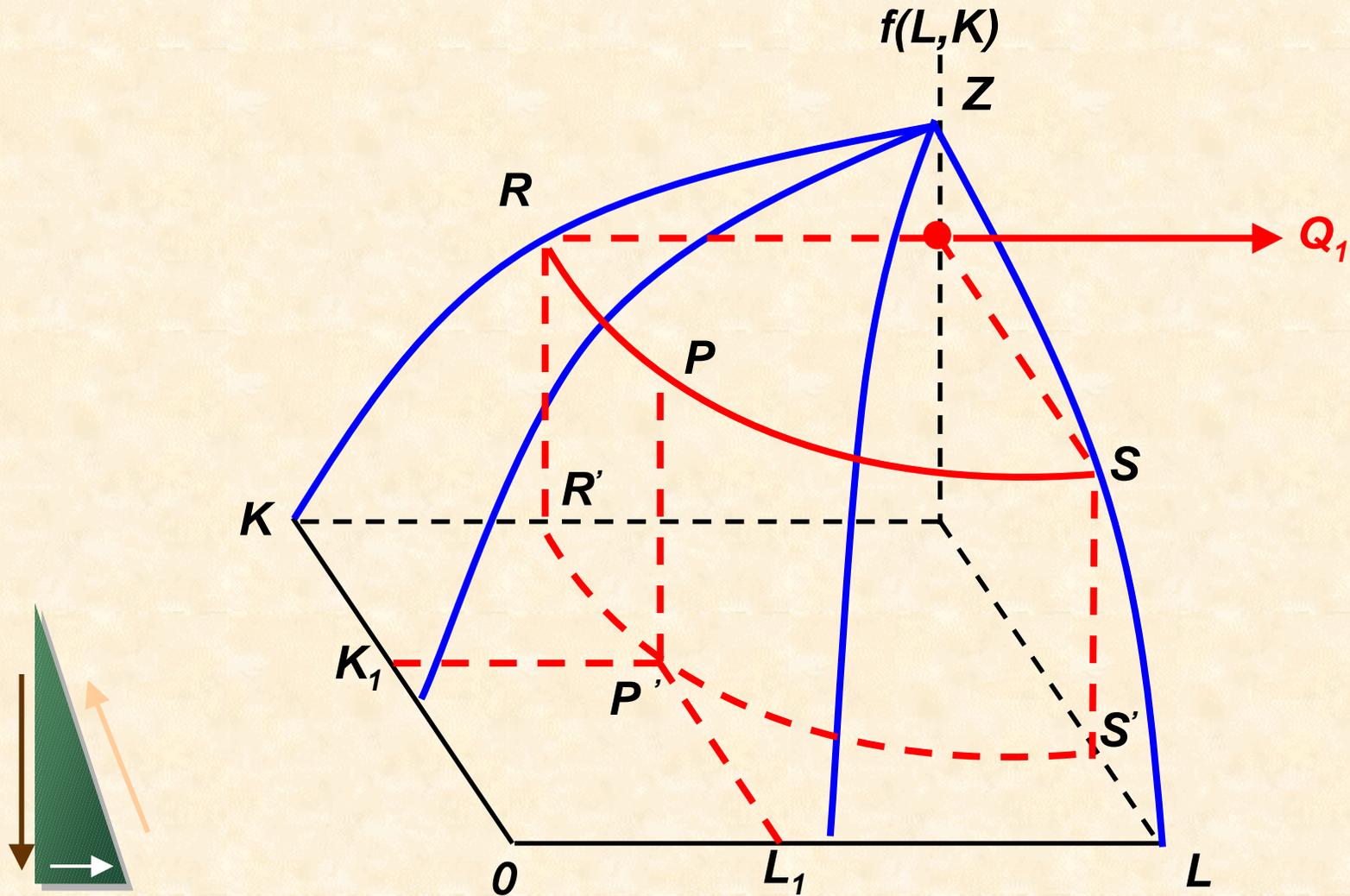
## ■ 等产量曲线

- 在技术水平不变的条件下，生产同一产量的两种生产要素投入量的所有不同组合的轨迹。

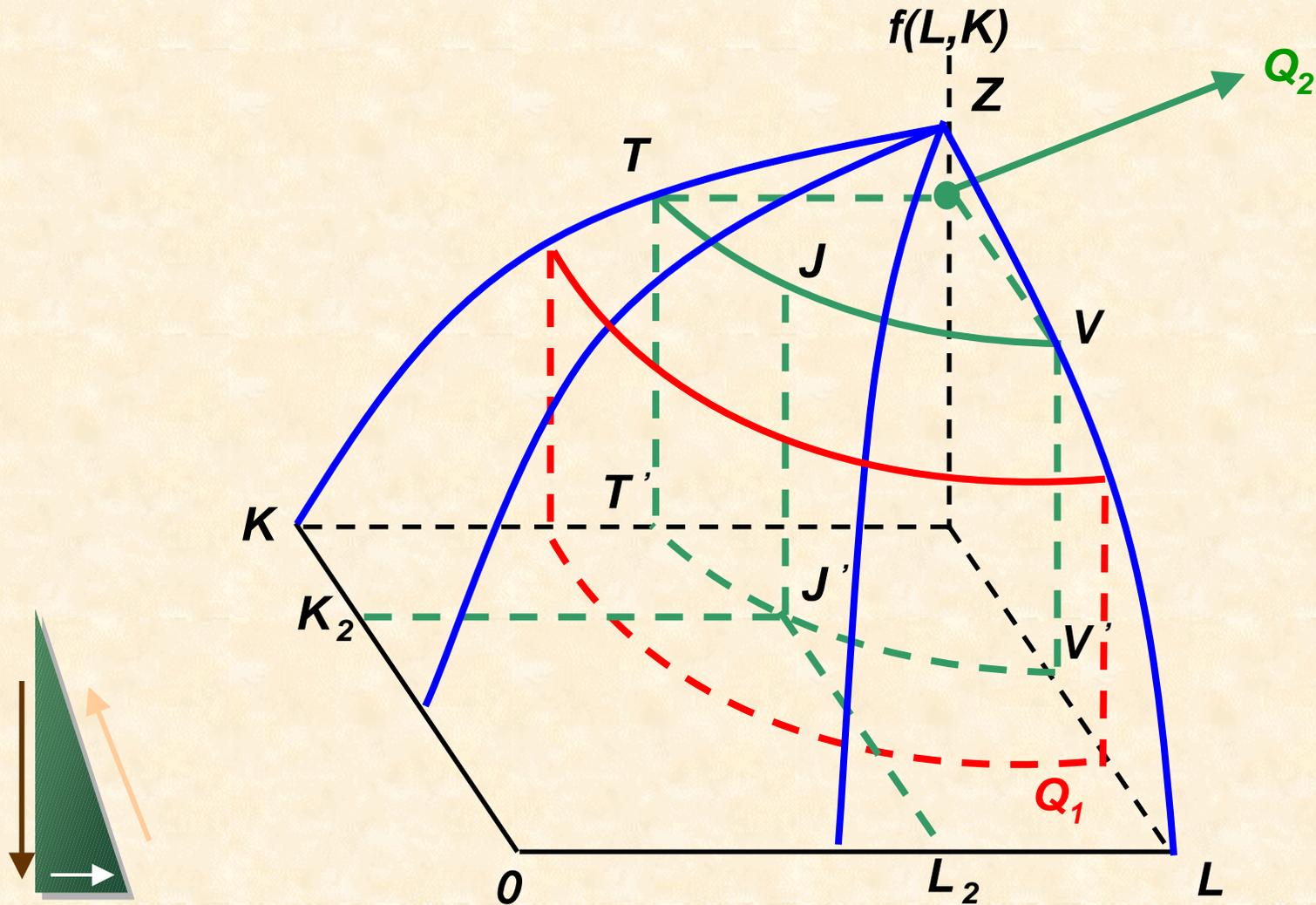
$$Q = f(L, K) = Q^0$$



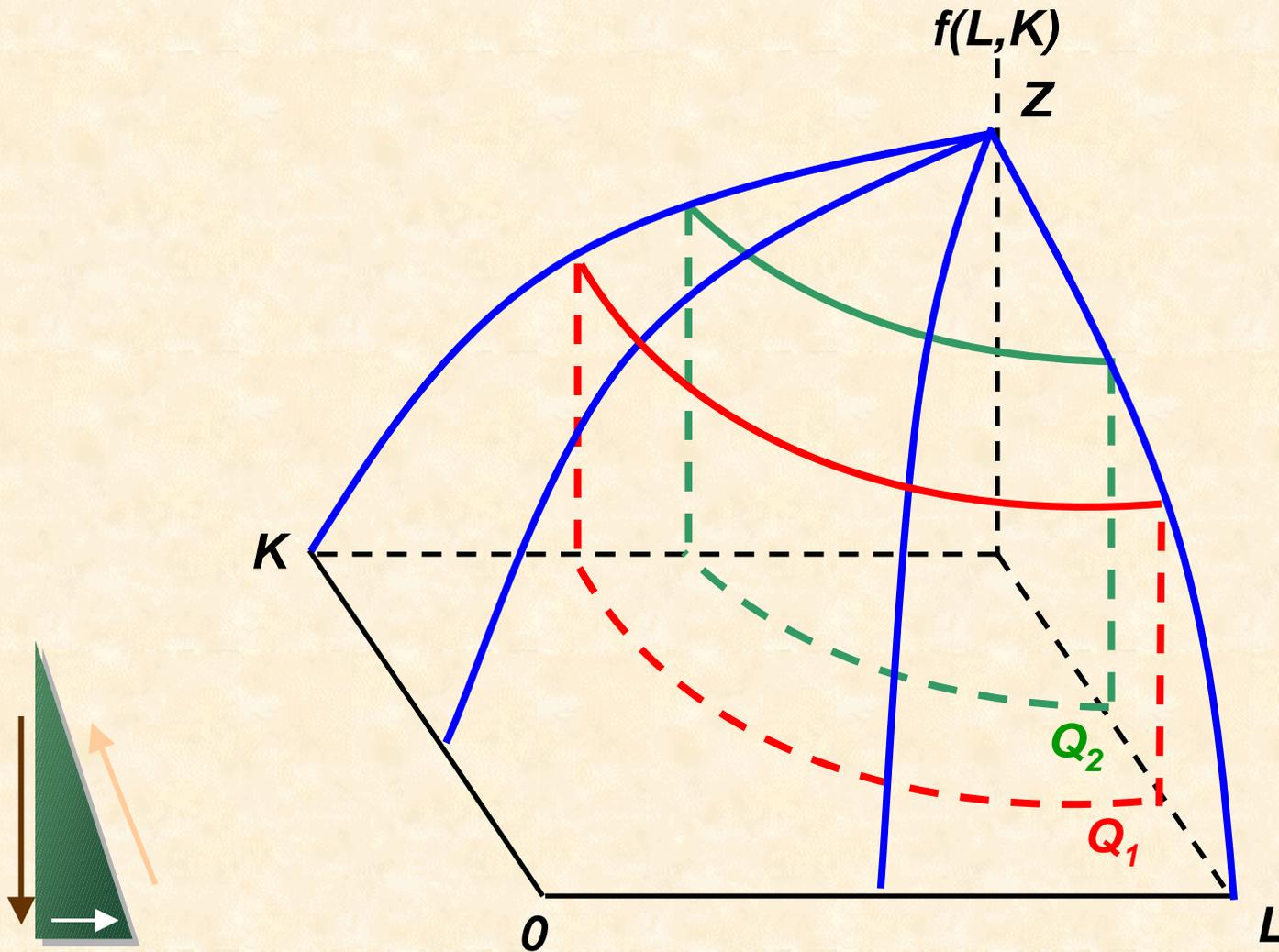
# 生产函数和等产量曲线



# 生产函数和等产量曲线

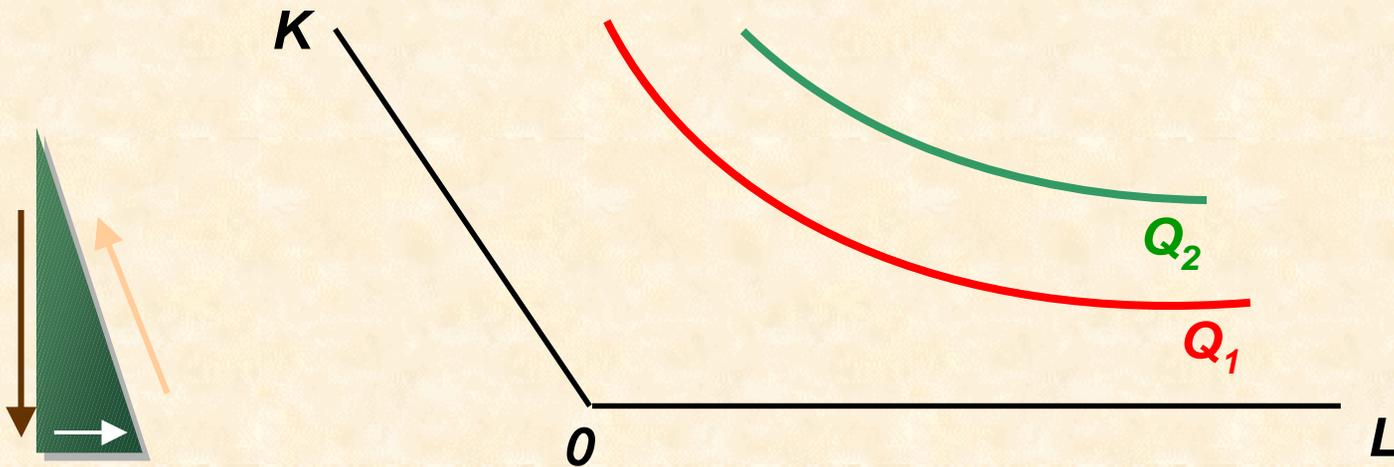


# 生产函数和等产量曲线

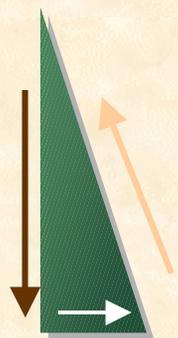
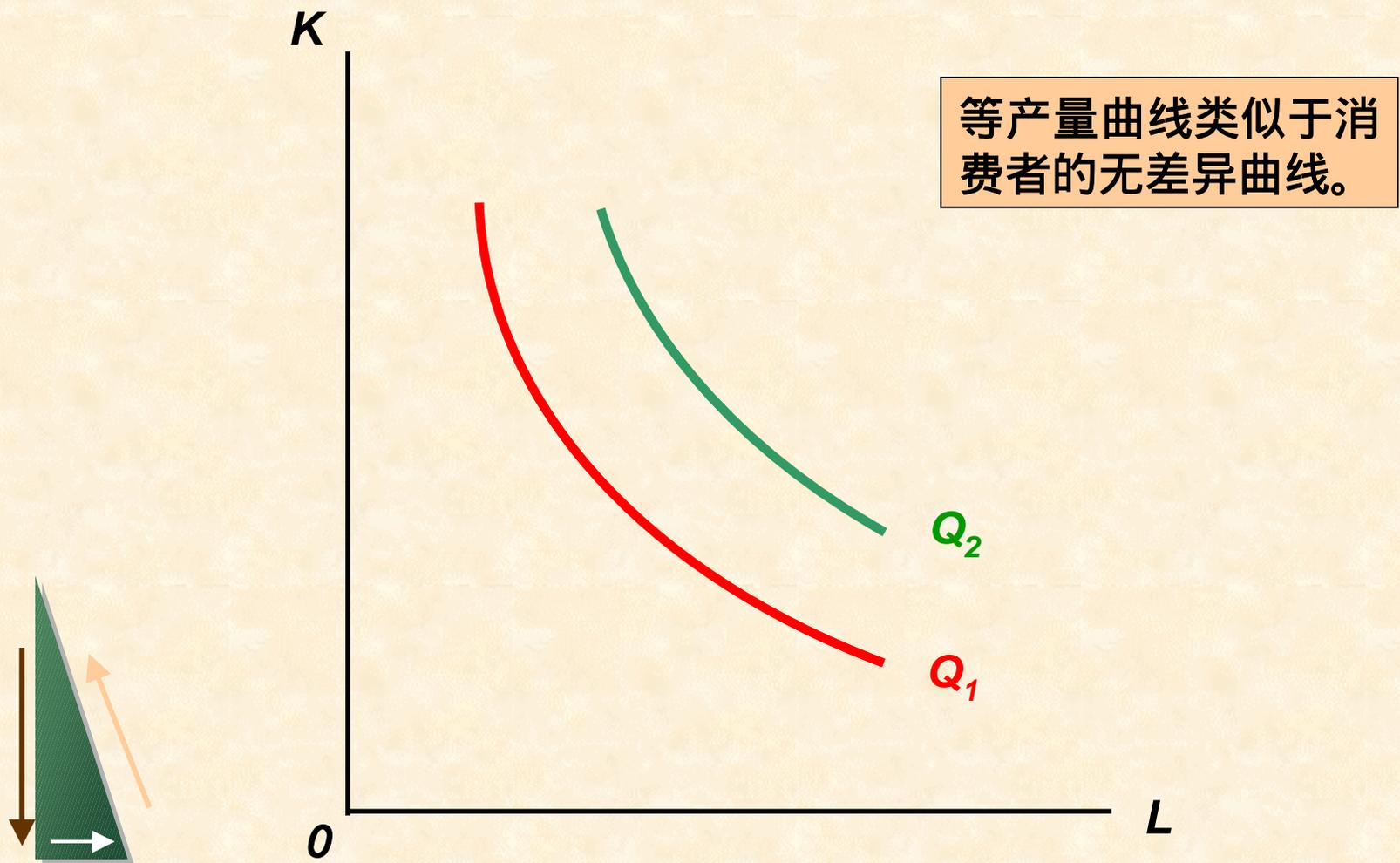


# 生产函数和等产量曲线

等产量曲线可以看作是生产函数曲面边界在平面上的投影。



# 生产函数和等产量曲线



# 两种可变生产要素的生产函数

## ■ 等产量曲线

### ● 特点

- 1) 在同一坐标平面上的任何两条等产量曲线之间，可以有无数条等产量曲线；离原点越远的等产量曲线代表的产量水平越高，离原点越近的等产量曲线代表的产量水平越低。



# 两种可变生产要素的生产函数

---

---

## ■ 等产量线

### ● 特点

2) 同一坐标面上任意两条等产量曲线都不会相交。



# 两种可变生产要素的生产函数

---

---

## ■ 等产量线

### ● 特点

3)等产量曲线向右下方倾斜且凸向原点。



# 两种可变生产要素的生产函数

---

---

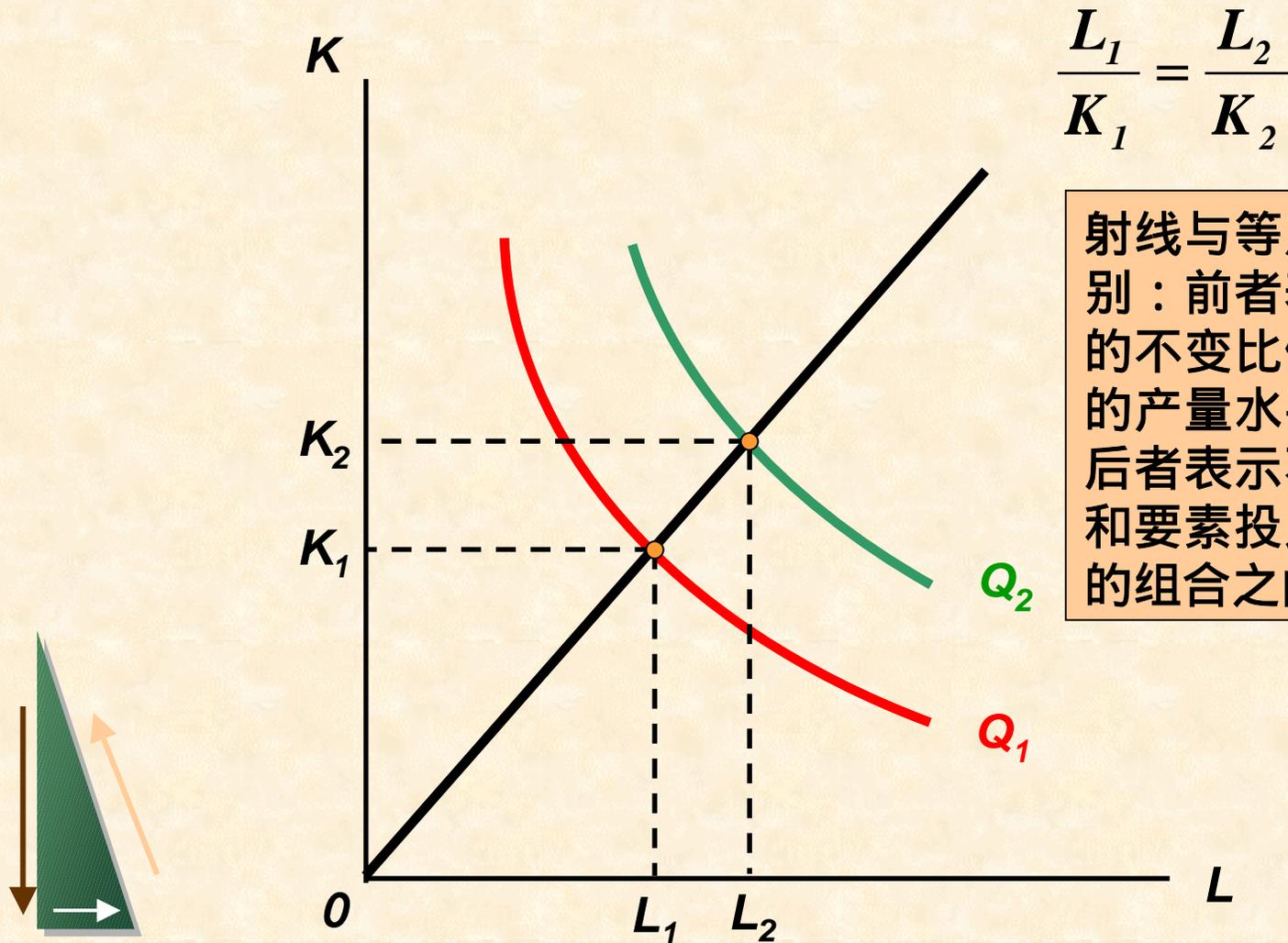
## ■ 等产量线

### ● 总结

- ◆ 由等产量曲线图的坐标原点出发引出一条射线代表两种可变要素投入数量的比例不变情况下的所有组合方式。
  - 射线的斜率就等于这一固定的两要素投入比例。



# 等比例投入射线与等产量曲线



# 两种可变生产要素的生产函数

---

---

## ■ 等产量曲线

### ● 总结

- ◆ 等产量曲线强调了如何用不同的投入组合来生产出同样的产量。
  - 这有助于生产者对要素市场的变化做出有效的反应。



# 两种可变生产要素的生产函数

## ■ 边际技术替代率

- 在维持产量水平不变的条件下，增加一单位某种要素投入量时所减少的另一种要素的投入量。



$$MRTS_{LK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$$

# 两种可变生产要素的生产函数

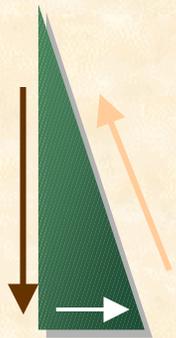
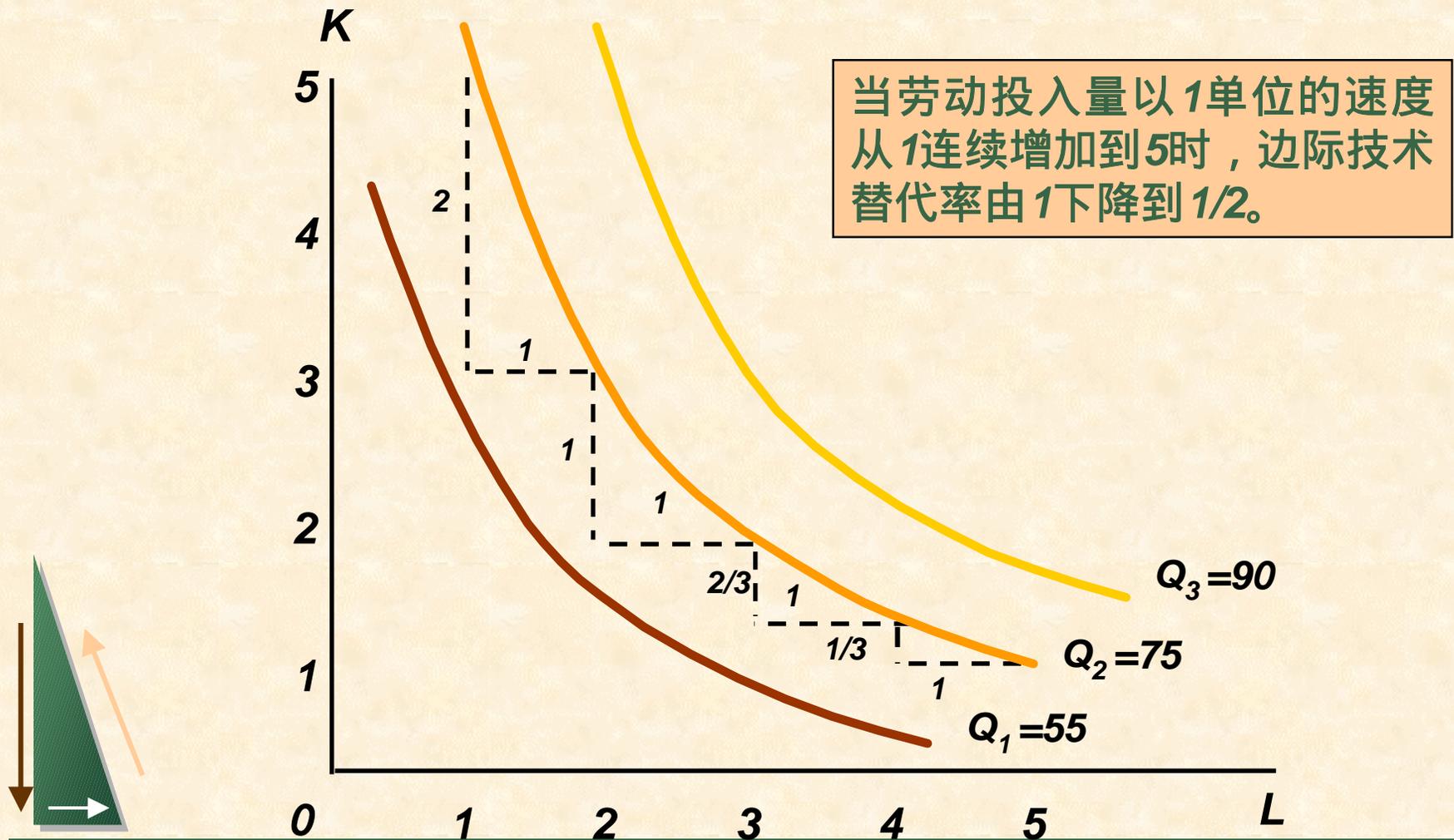
## ■ 边际技术替代率

- 在维持产量水平不变的条件下，增加一单位某种要素投入量时所减少的另一种要素的投入量。



$$MRTS_{LK} = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} - \frac{\Delta K}{\Delta L} = - \frac{dK}{dL}$$

# 两种可变生产要素的生产函数



# 两种可变生产要素的生产函数

---

---

## ■ 边际技术替代率

### ● 总结

- ◆ 在保持产量不变的情况下，等产量曲线上的斜率绝对值等于两种要素之间的边际技术替代率。



# 两种可变生产要素的生产函数

## ■ 边际技术替代率

### ● 总结

#### ◆ 边际技术替代率和边际产量

- 在保持产量水平不变的前提下，劳动对资本的替代必然有：由增加劳动投入量所带来的产量增加量等于由减少资本投入量所导致的产量减少量。



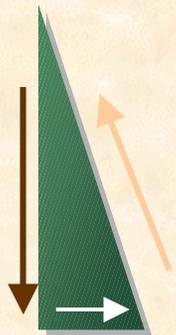
# 边际技术替代率和边际产量

■ 劳动投入增加量带来的产量增加量

■ 资本投入减少量导致的产量减少量

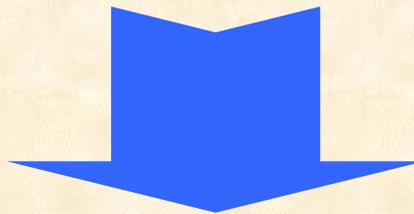
$$(MP_L)(\Delta L)$$

$$(MP_K)(\Delta K)$$

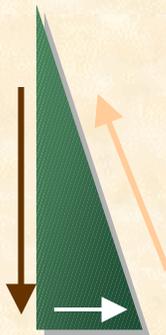


# 边际技术替代率和边际产量

$$(MP_L)(\Delta L) + (MP_K)(\Delta K) = 0$$



$$\frac{MP_L}{MP_K} = - \frac{\Delta K}{\Delta L} = MRTS_{LK}$$



# 两种可变生产要素的生产函数

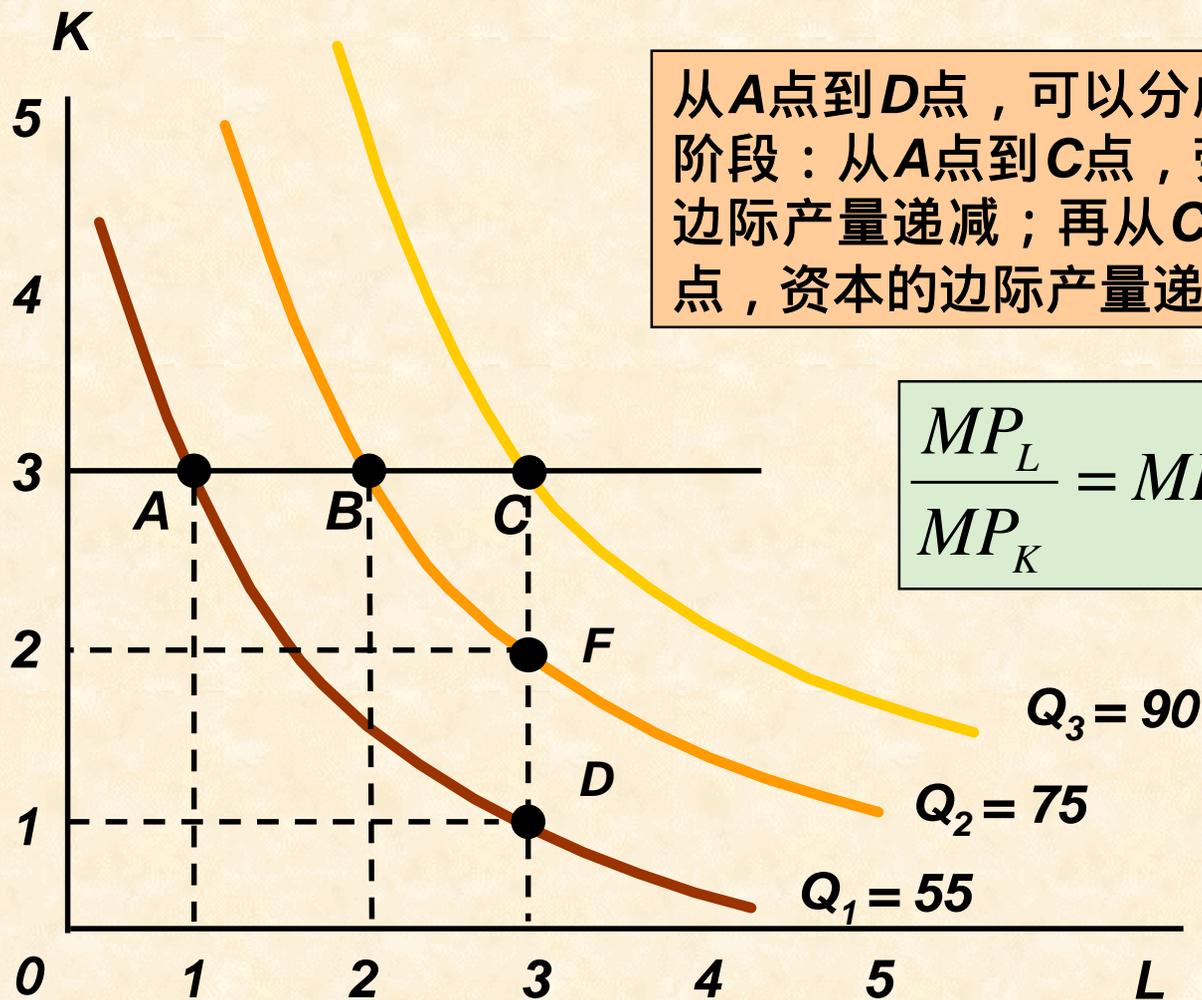
## ■ 边际技术替代率

### ● 总结

- ◆ **边际技术替代率递减规律**：在维持产量不变的前提下，当一种生产要素的投入量不断增加时，每一单位的这种生产要素所能替代的另一种生产要素的数量是递减的。
  - 边际技术替代率递减使得等产量曲线像无差异曲线一样向右下方倾斜，且凸向原点。



# 边际技术替代率递减规律



从A点到D点，可以分成两个阶段：从A点到C点，劳动的边际产量递减；再从C点到D点，资本的边际产量递增。

$$\frac{MP_L}{MP_K} = MRTS_{LK}$$

# 边际技术替代率递减规律

---

---

## ■ 原因

- 任何一种产品的生产技术都要求各要素投入之间有适当的比例，这意味着要素之间的替代是有限的。



# 两种可变生产要素的生产函数

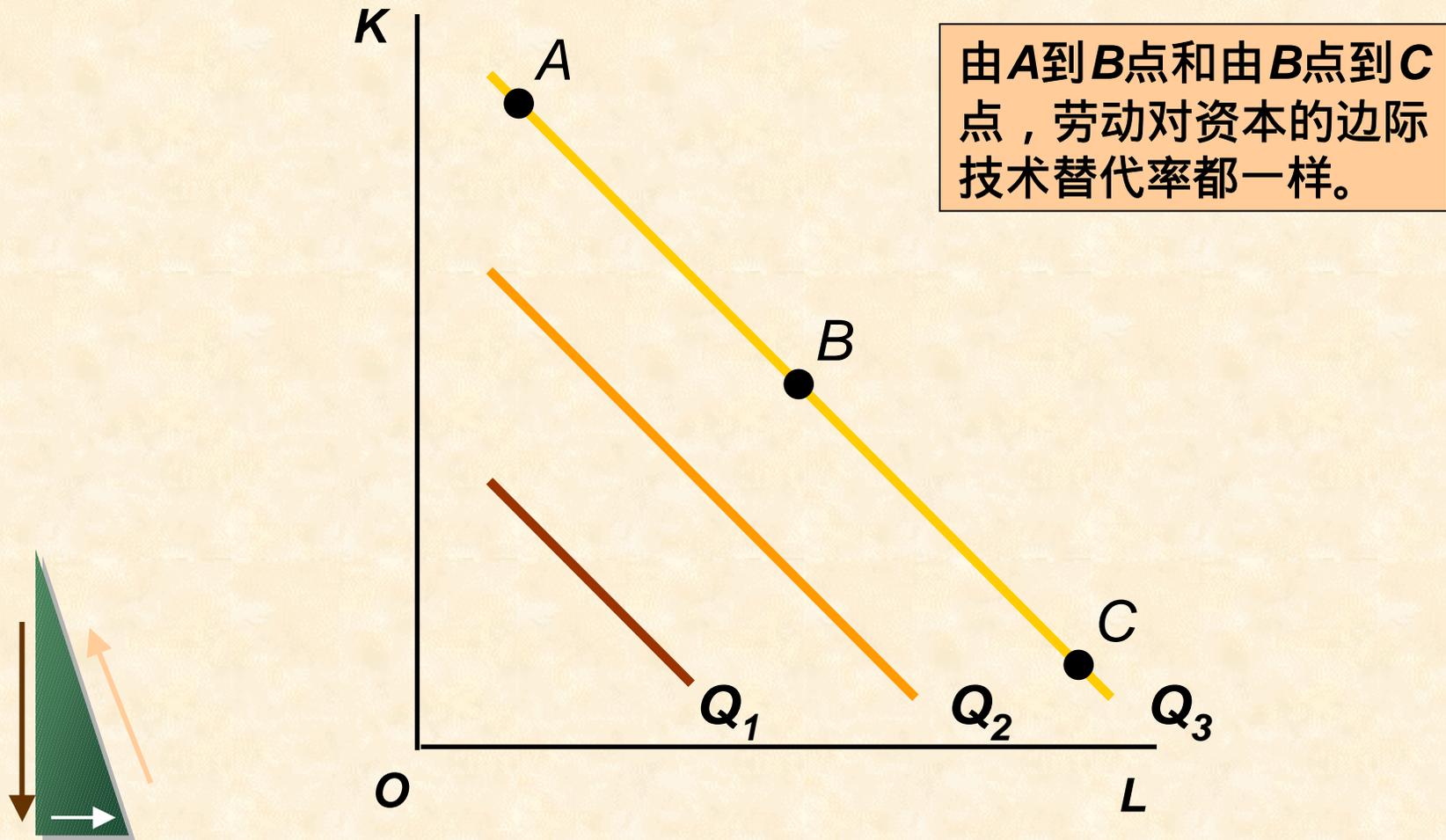
---

---

- 等产量曲线的特殊形状
  - 要素之间可以完全替代
    - ◆ 在等产量曲线的任何点上，边际技术替代率都是常数。



# 要素之间可以完全替代时的等产量曲线



# 两种可变生产要素的生产函数

---

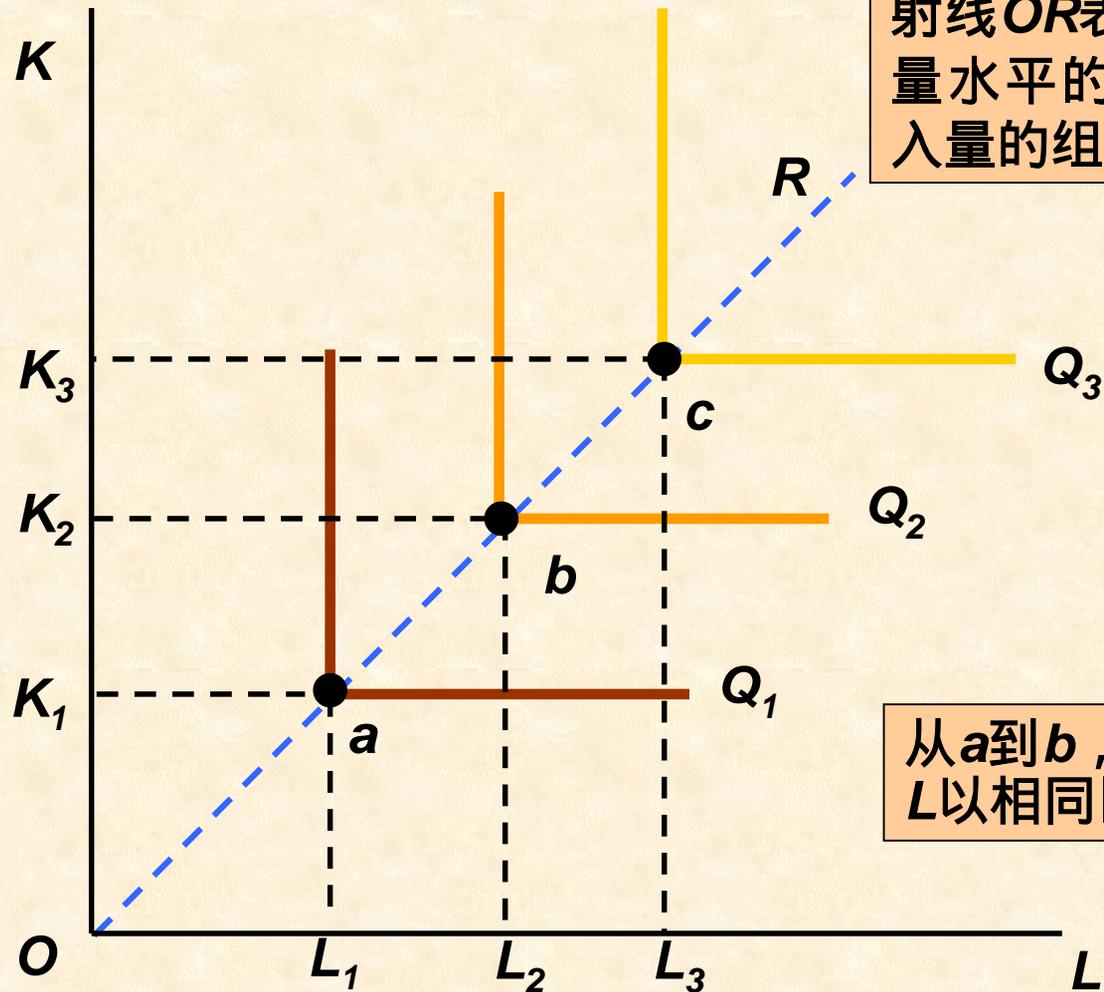
---

## ■ 等产量曲线的特殊形状

- 要素之间的投入比例固定（固定投入比例的生产函数的特征）
  - ◆ 要素间替代是不可能的，每一产量水平需要固定量的每一种要素投入。



# 固定投入比例生产函数的等产量曲线



射线OR表示了所有产量水平的最小要素投入量的组合。

从a到b, 再到c, K和L以相同比例增加。

