

第四章

资本资产定价模型 (*Capital Asset Pricing Model*) 与资本市场的竞争均衡分析

本章主要问题

- 了解马科维兹投资组合理论与资本资产定价模型的关系
- 掌握在资本资产定价模型下的金融市场均衡是一种竞争均衡
- 掌握在金融市场均衡时，如何测定证券组合或组合中单个证券的风险以及风险和收益的关系

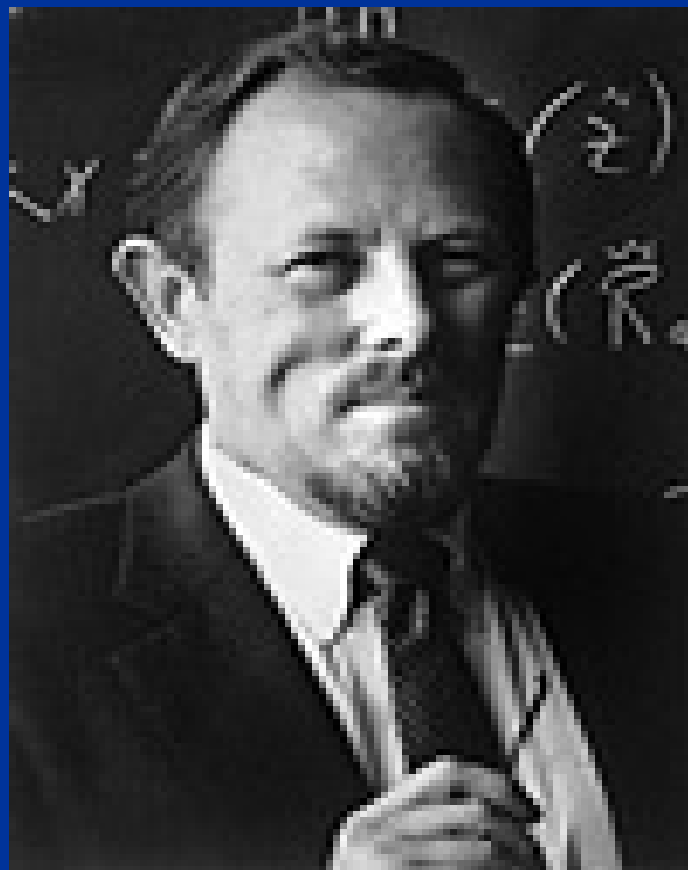
本章重点内容

CAPM模型是对风险和收益如何定价和度量的均衡理论,根本作用在于确认期望收益和风险之间的关系,揭示市场是否存在非正常收益.一个资产的预期回报率与衡量该资产风险的一个尺度——贝塔值相联系。

要点是掌握在资本资产定价模型下的金融市场均衡是一种竞争均衡，及在金融市场均衡时，如何测定证券组合或组合中的单个证券的风险以及风险和收益的关系

- 第一节 无风险借贷及其对投资组合有效集的影响
- 第二节 标准的资本资产定价模型——资本市场均衡及均衡时证券风险与收益的关系
- 第三节 特征线模型——证券收益率与均衡时市场收益率的关系、阿尔发系数
- 第四节 资本资产定价模型的检验与扩展

- 1964—1966年夏普 (William E sharp) 林内特、莫辛分别独立提出, CAPM实质上要解决的是, 假定所有投资者都运用前一章的马氏证券组合选择方法, 在有效边界上寻求有效组合, 从而在所有的投资者都厌恶风险的情况, 最终每个人都投资于一个有效组合, 那么将如何测定组合中每个证券的风险, 以及风险与投资者们的预期和要求的收益率之间是什么关系。可见, 该模型是建立在一定理想化假设下, 研究风险的合理测定和定价问题。并认为每种证券的收益率只与市场收益率和无风险收益率有关。



William Sharpe,
(1934-) 资本资产
定价模型 (CAPM)

第一节 无风险借贷对有马科维兹有效集的影响

一、无风险资产的定义

二、允许无风险贷款下的投资组合

三、允许无风险借入下的投资组合

四、允许同时进行无风险借贷——无风险借入和
贷出对有效集的影响

一、无风险资产的定义

- 在单一投资期的情况下，无风险资产的回报率是确定的
- 无风险资产的标准差为零
- 无风险资产的回报率与风险资产的回报率之间的协方差也是零

- 根据定义无风险资产具有确定的回报率，因此：
 - 首先，无风险资产必定是某种具有固定收益，并且没有任何违约的可能的证券。
 - 其次，无风险资产应当没有市场风险。

二、允许无风险贷款下的投资组合

1. 投资于一个无风险资产和一个风险资产的情形

- 假设风险资产和无风险资产再投资组合中的比例分别为 X_1 和 X_2 , 它们的预期收益率分别为 R_1 和 r_f , 标准差分别为 σ_1 和 σ_2 , 它们之间的协方差为 σ_{12} 。根据 X_1 和 X_2 的定义可知 $X_1 + X_2 = 1$, 且 X_1 和 $X_2 > 0$ 。根据无风险资产的定义, 有 σ_2 和 σ_{12} 都等于 0。那么,
- 该组合的预期收益率为: $R_p = X_1 R_1 + X_2 r_f$
- 组合的标准差为: $\sigma_p = X_1 \sigma_1$

❖ 考虑以下5种组合：

	组合A	组合B	组合C	组合D	组合E
X1	0.00	0.25	0.5	0.75	1.00
X2	1.00	0.75	0.5	0.25	0.00

✓ 假设风险资产的回报率为16.2%，无风险资产的回报率为4%，那么根据上面的公式，5种组合的回报率和标准差如下：

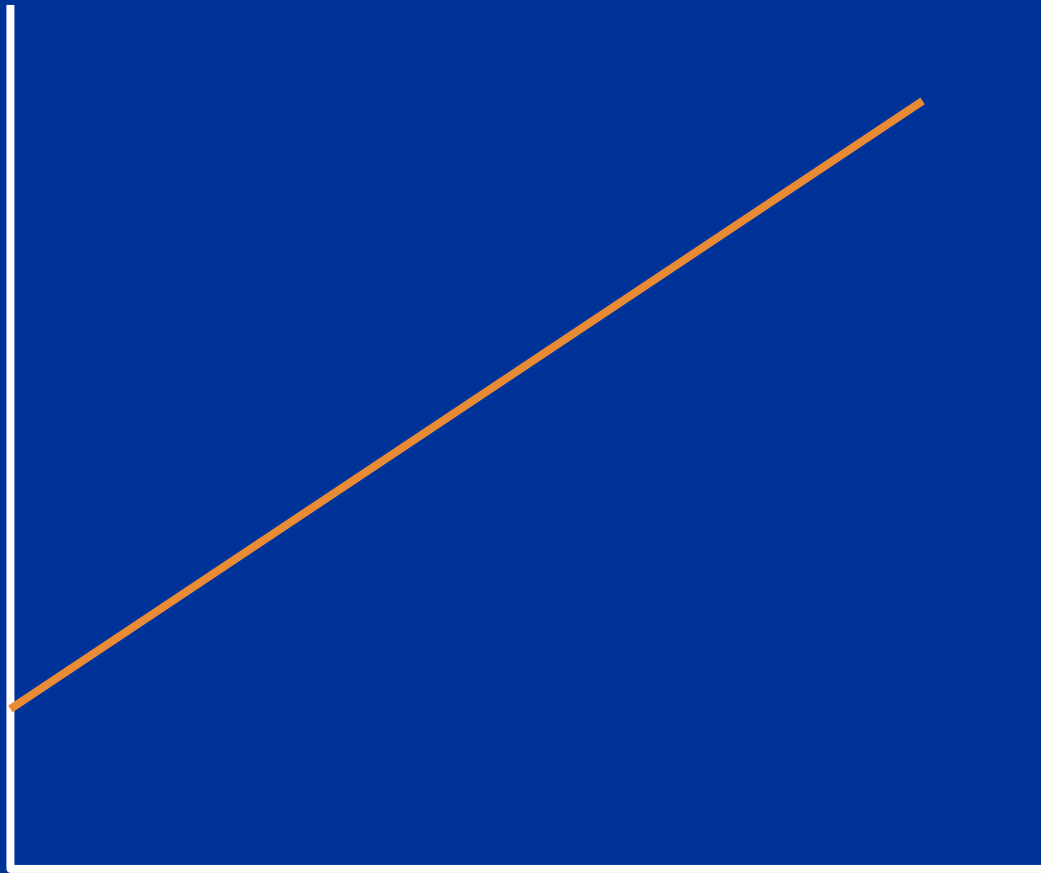
组合	X1	X2	期望回报率	标准差
A	0.00	1.00	4.00%	0.00%
B	0.25	0.75	7.05	3.02
C	0.50	0.50	10.10	6.04
D	0.75	0.25	13.15	9.06
E	1.00	0.00	16.10	12.08

- ❖ 可以发现，这些点都位于连接代表无风险资产和风险资产的两个点的直线上。
- ❖ 尽管这里仅对5个特定的组合进行了分析，但可以证明：有无风险资产和风险资产构成的任何一种组合都将落在连接它们的直线上；其在直线上的确切位置将取决于投资于这两种资产的相对比例。不仅如此，这一结论还可以被推广到任意无风险资产与风险资产的组合上。这意味着，对于任意一个有无风险资产和风险资产所构成的组合，其相应的预期回报率和标准差都将落在连接无风险资产和风险资产的直线上。

$E(R_p)$

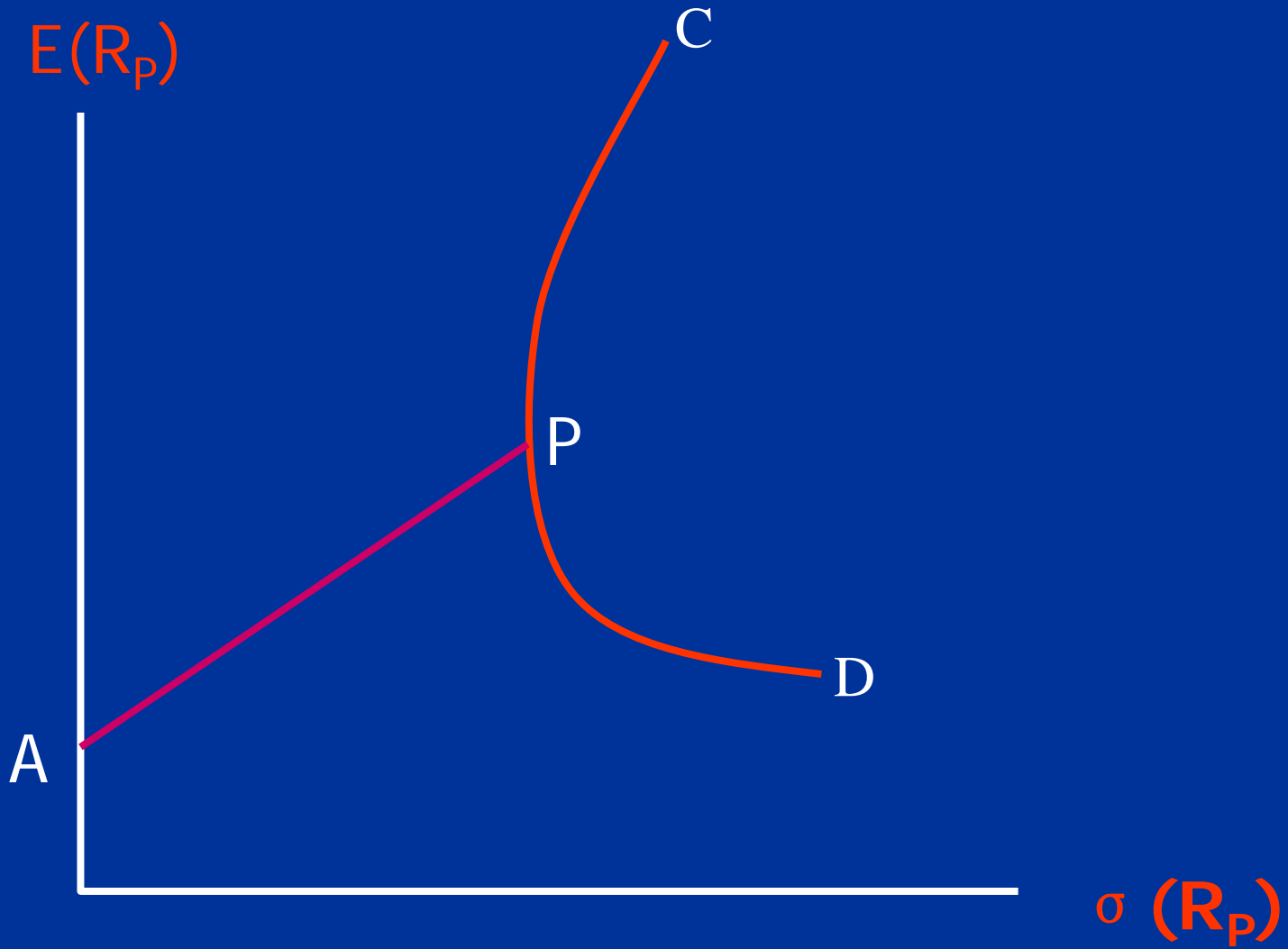
$r=4\%$

$\sigma (R_p)$



2. 投资于一个无风险资产和一个风险组合的情形

- 假设风险资产组合P是由风险资产C和D组成的。经过前面的分析可知，P一定位于经过C、D两点的向上凸出的弧线上。如果我们仍然用 R_1 和 σ_1 代表风险资产组合的预期收益率和标准差，用 X_1 代表该组合在整个投资组合中所占的比重，则前面的结论同样适用于由无风险和风险资产组合构成的投资组合的情形。这种投资组合的预期收益率和标准差一定落在A、P线段上。



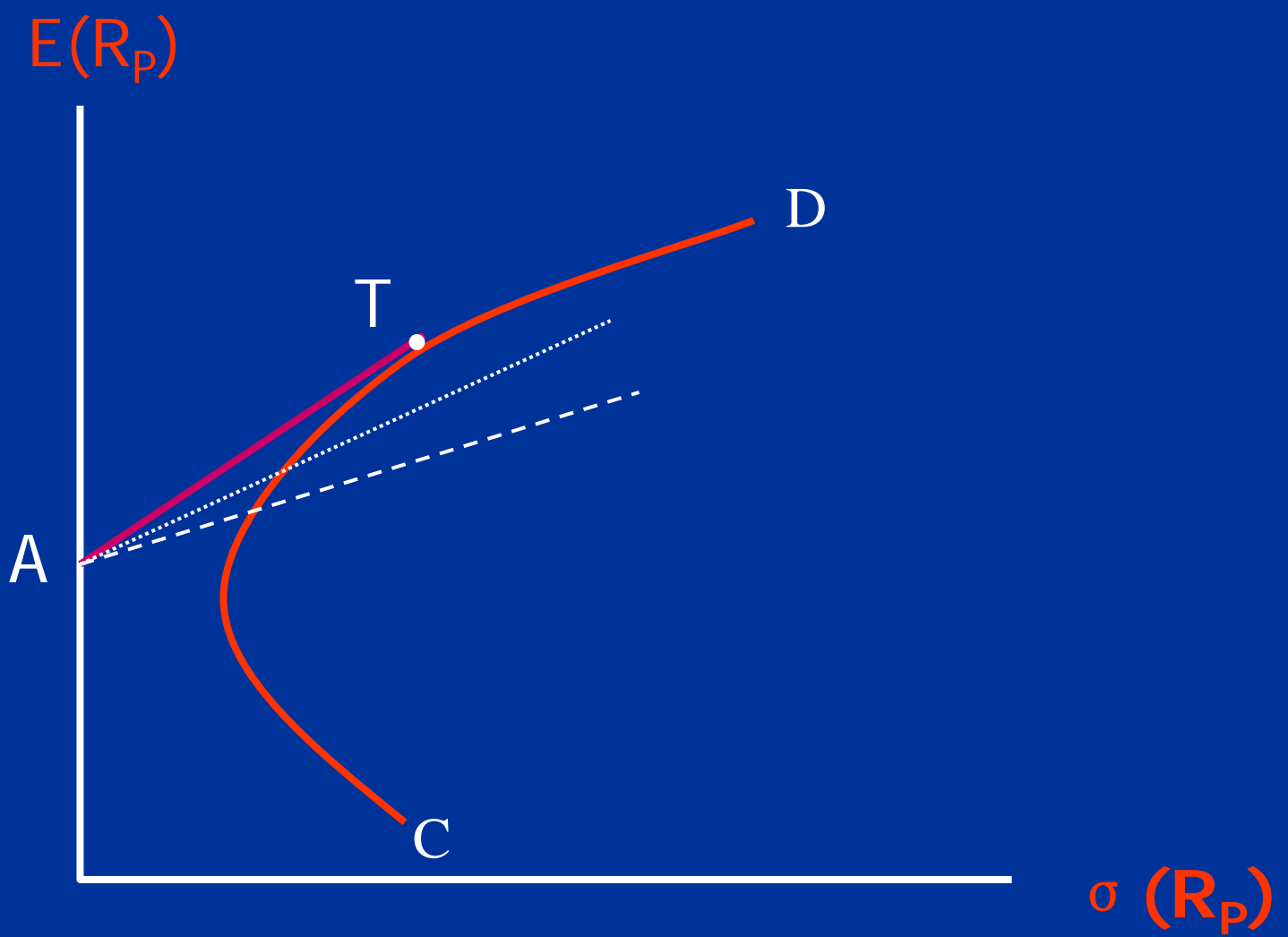
3.无风险贷出对有效集的影响

如前所述，引入无风险贷款后，有效集将发生重大变化。

图中，弧线CD代表马科维兹有效集，A点表示无风险资产。我们可以在马科维兹有效集中找到一点T，使AT直线与弧线CD相切于T点。T点所代表的组合称为切点处的投资组合。

- T点代表马科维兹有效集中众多的有效组合中的一个，但它却是一个很特殊的组合。因为对于所有由风险资产构成的组合来说，没有哪个点与无风险资产相连接形成的直线会落在T点与无风险资产的连线的西北方。换句话说，在所有从无风险资产出发到风险资产或是风险资产组合的连线中，没有哪一条线能比到T点的线更陡。由于马科维兹有效集的一部分是由这条线所控制，因而这条线就显得很重要。

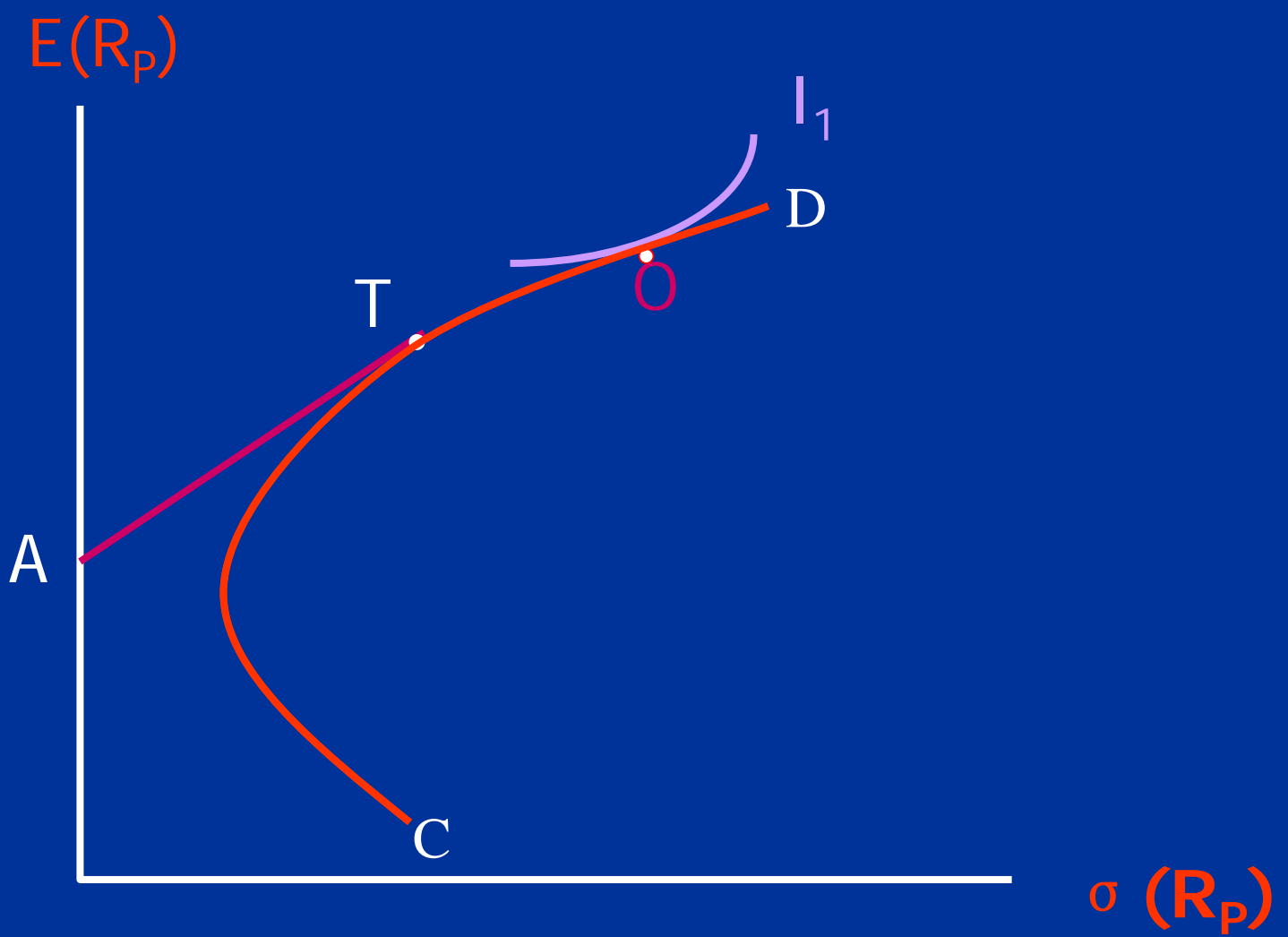
- 从图中可以看出，在引入AT线段之后，即投资者可以投资于无风险资产时，CT弧将不再是有效集。因为对于T点左边的有效集而言，在预期收益率相等的情况下，AT线段上风险均小于马科维兹有效集上的组合的风险，而在风险相同的情况下，AT线段上的预期收益率均大于马科维兹有效集上组合的预期收益率。按照有效集的定义，CT弧线的有效集将不再是有效集。由于AT线段上的组合是可行的，因此引入无风险贷款后，新的有效集由AT线段和TD弧线构成，其中直线段AT代表无风险资产和T以各种比例结合形成的一些组合。



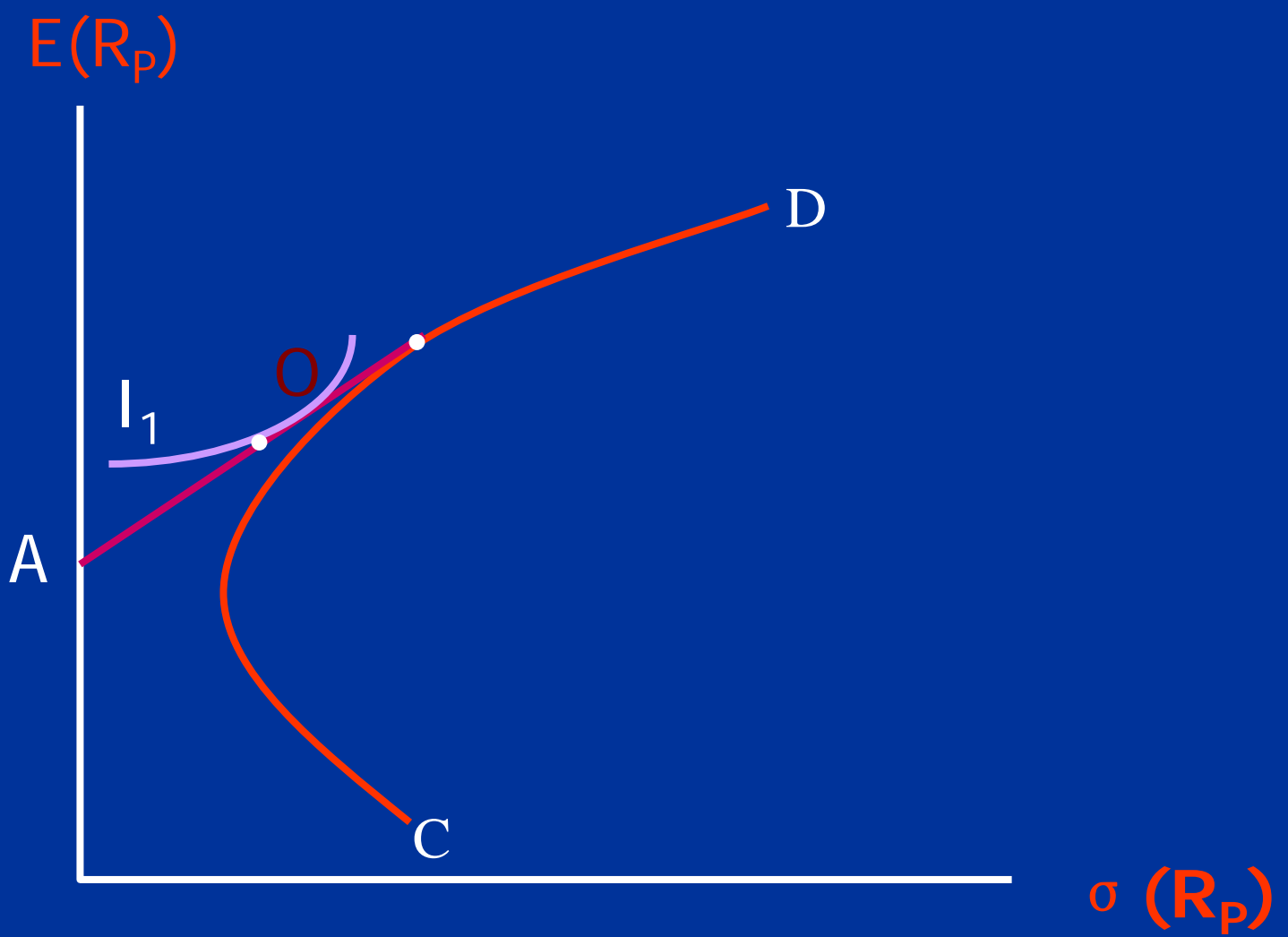
4. 无风险贷出对投资组合选择的影响

对于不同的投资者而言，无风险贷款的引入对他们的投资组合选择有不同的影响。

对于风险厌恶程度较轻，从而其选择的投资组合位于DT弧线上的投资者而言，其投资组合的选择将不受影响。因为只有DT弧线上的组合才能获得最大的满足程度。对于该投资者而言，他仍将把所有资金投资于风险资产，而不会把部分资金投资于无风险资产。



- 对于较厌恶风险的投资者而言，该投资者将选择其无差异曲线与AT线段的切点O'所代表的投资组合。如图所示，对于该投资者而言，他将把部分资金投资于风险资产，而把另一部分资金投资于无风险资产。



三、允许无风险借入下的投资组合

- 在现实生活中，投资者可以借入资金并用于购买风险资产。如果允许投资者借入资金，那么投资者在决定将多少资金投资于风险资产时，将不再受初始财富的限制。当投资者借入资金时，他必须为这笔贷款付出利息。由于利率是已知的，而且偿还贷款也没有任何不确定性，投资者的这种行为常常被称为“无风险借入”。同时，为方便起见，我们假定，为贷款而支付的利率与投资于无风险资产而赢得的利率相等。

- 在前面的例子中，我们用 X_2 表示投资于无风险资产的比例，而且 X_2 限定为从0到1之间的非负值。现在，由于投资者有机会以相同的利率借入贷款， X_2 便失去了这个限制。如果投资者借入资金， X_2 可以被看作是负值，然而比例的总和仍等于1。这意味着，如果投资者借入了资金，那么投资于风险资产各部分的比例总和将大于1。

1. 无风险借款并投资于一种风险资产的情形

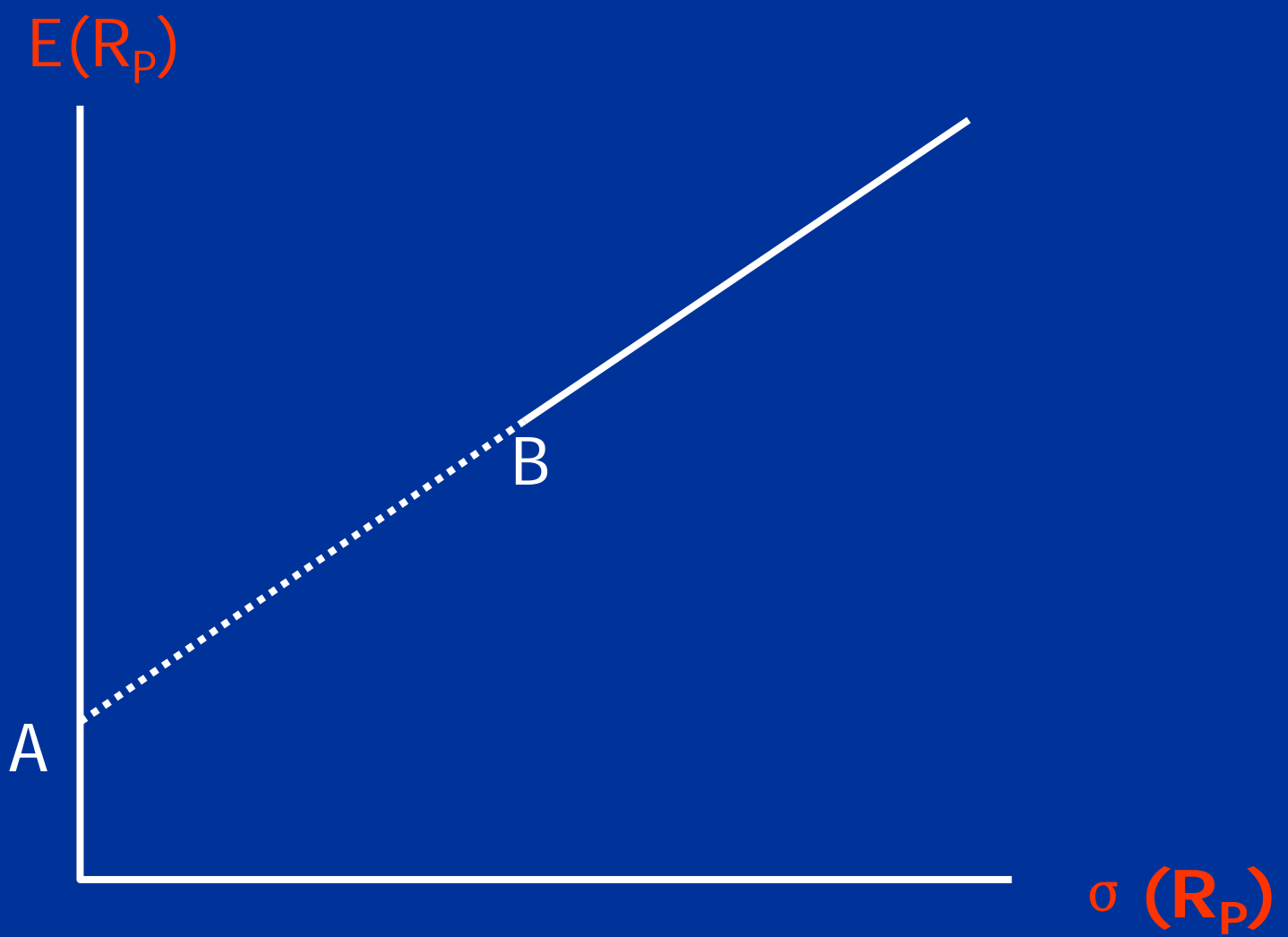
仍然用前面的例子，此时 $X_1 > 0$ ， $X_2 < 0$

在前例中5种组合的基础上，我们再加入4种组合：

	组合F	组合G	组合H	组合I
X1	1.25	1.50	1.75	2.00
X2	-0.25	-0.50	-0.75	-1.00

组合	X1	X2	期望回报率	标准差
A	0.00	1.00	4.00%	0.00%
B	0.25	0.75	7.05	3.02
C	0.50	0.50	10.10	6.04
D	0.75	0.25	13.15	9.06
E	1.00	0.00	16.10	12.08
F	1.25	-0.25	19.25	15.10
G	1.50	-0.50	22.30	18.12
H	1.75	-0.75	25.35	21.14
I	2.00	-1.00	28.40	24.16

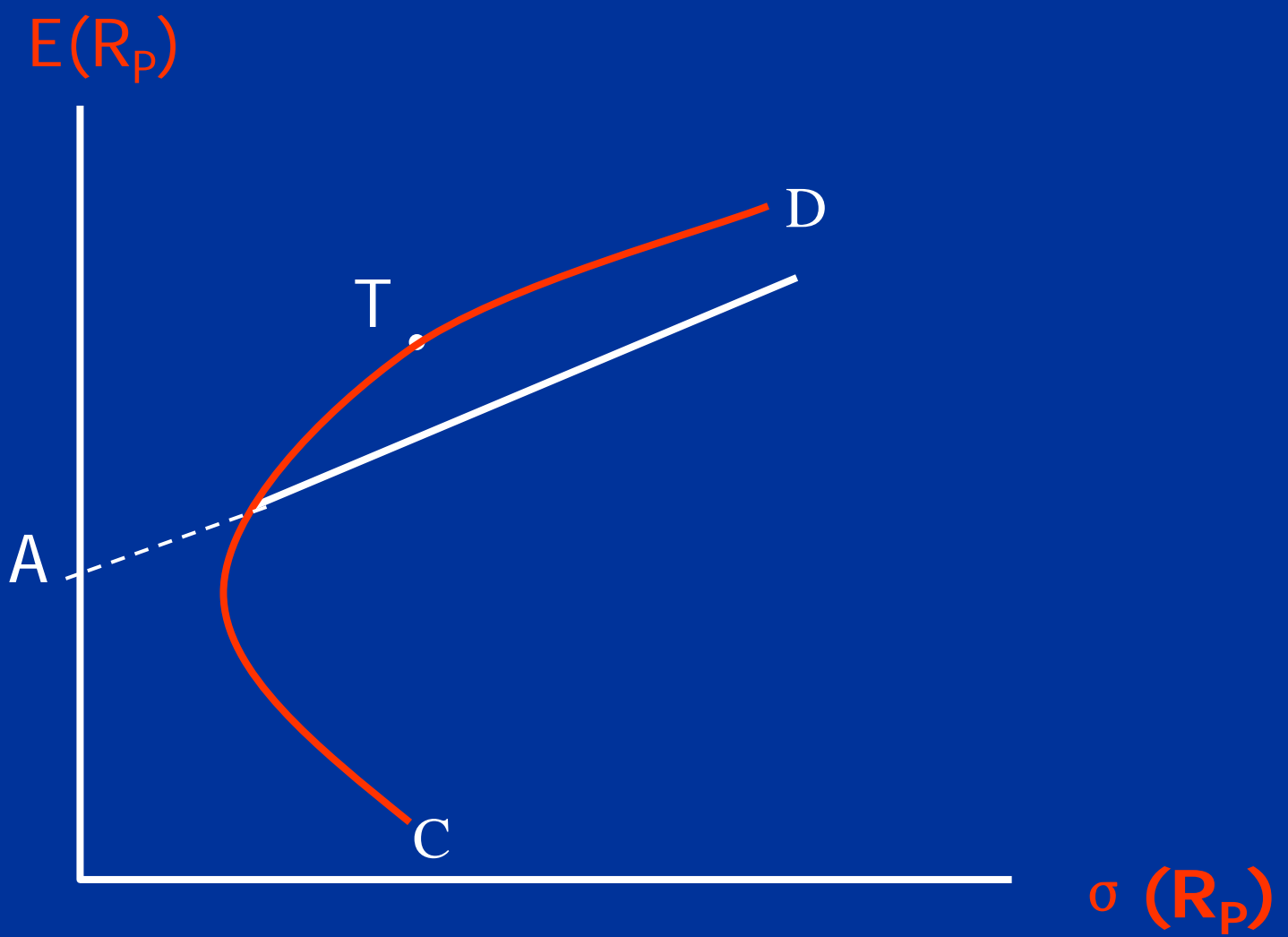
- 通过作图可以发现，4个包含无风险借入的组合和5个包含无风险贷出的组合是在同一条直线上，而包含无风险借入的组合在AB线段的延长线上，这个延长线再次大大扩展了可行集的范围。不仅如此，还可以看到，借入的资金越多，这个组合在直线上的位置就越靠外。



2.无风险借入并投资于一个风险组合的情形

同样，由无风险借款和风险资产组合构成的投资组合，其预期收益率和风险的关系与由无风险贷款和一种风险资产构成的投资组合相似。

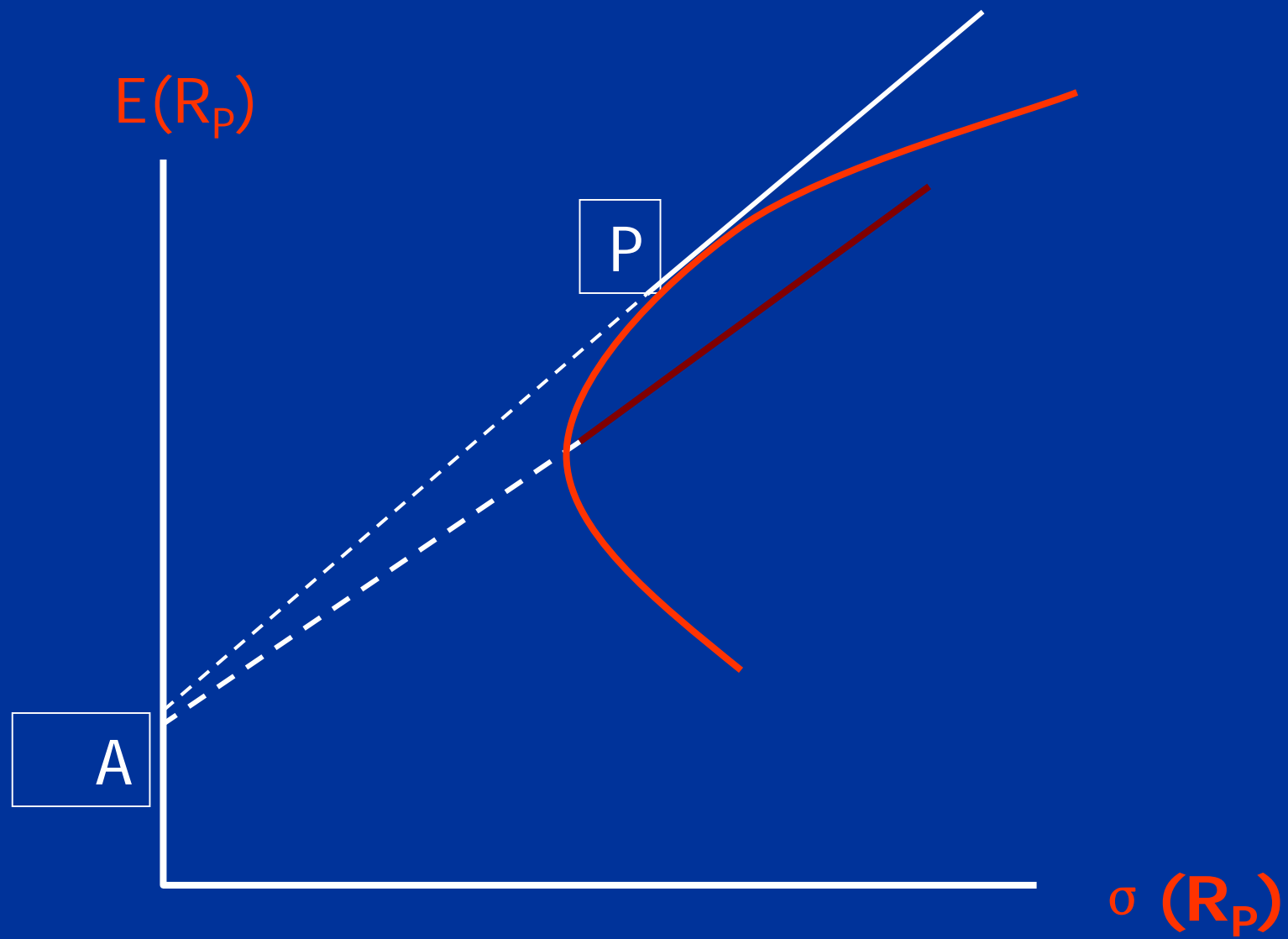
我们仍然假设风险资产组合P是由风险资产C和D组成的，则由风险资产组合P和无风险借款A构成的投资组合的预期收益率和标准差一定落在AP线段向右边的延长线上：



3.无风险借入对有效集的影响

引入无风险借款后，有效集也将发生重大变化。图中，弧线CD仍然代表马科维兹有效集，T点仍表示CD弧与过A点直线的相切点。在允许无风险借款的情形下，投资者可以通过无风险借款并投资于风险资产或风险资产组合T使有效集由TD弧线变成AT线段向右边的延长线。

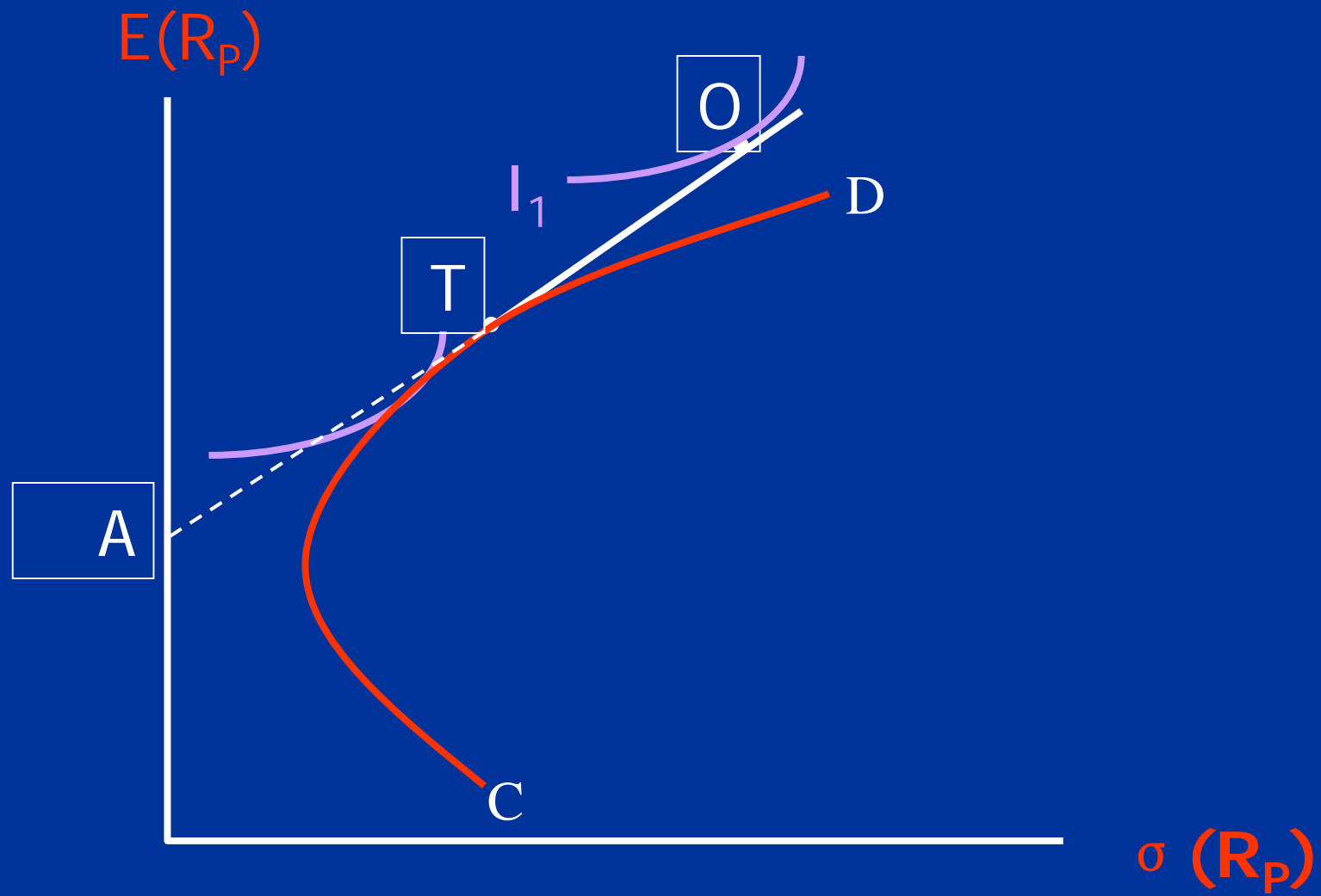
这样，在允许无风险借入的情况下，马科维兹有效集由CTD弧线变成CT弧线和过A、T点的直线在T点右边的部分。



4.无风险借入对投资组合的影响

对于不同的投资者而言，无风险借入的引入对他们的投资组合选择的影响也不同。

对于风险厌恶程度较轻，从而其选择的投资组合位于DT弧线上的投资者而言，由于代表其原来最大满足程度的无差异曲线 I_1 与AT直线相交，因此不再符合效用最大化的条件。因此该投资者将选择其无差异曲线与AT线段的切点O'所代表的投资组合。如图所示，对于该投资者而言，他将进行无风险借入并投资于风险资产。



- 对于较厌恶风险从而其选择的投资组合位于CT弧线上的投资者而言，其投资组合的选择将不受影响。因为只有CT弧线上的组合才能获得最大的满足程度。对于该投资者而言，他只会用自有资产投资于风险资产，而不会进行无风险借入。

四、允许同时进行无风险借贷——无风险借入和贷出对有效集的影响

1. 同时进行无风险借贷对有效集的影响

当既允许无风险借入又允许无风险贷出时，有效集也将变成一条直线（该直线经过无风险资产A点并与马科维兹有效集相切），相应地降低了系统风险。切点T是最优风险资产组合，因为它是酬报波动比最大的风险资产组合。

- 该直线上的任意一点所代表的投资组合，都可以由一定比例的无风险资产和由T点所代表的有风险资产组合生成。
- 因此得出一个在金融上有很大意义的结果。

对于从事投资服务的金融机构来说，不管投资者的收益/风险偏好如何，只需要找到切点T所代表的有风险投资组合，再加上无风险资产，就能为所有投资者提供最佳的投资方案。投资者的收益/风险偏好，就只需反映在组合中无风险资产所占的比重。

2、切点组合T的各项风险资产比例（两种风险证券）

切点组合在斜率最大的配置线上，即这个风险资产组合的权重使风险资产的酬报波动比最大，所以目标是最大化下列目标函数：

$$S_T = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma}$$

由此可以求得T组合中的各项风险资产的比例。



3、在风险资产加无风险资产的组合中，切点T最优风险资产组合在其中的投资比例计算

对具有一定风险厌恶程度投资者的地投资组合的效用值是：

$$U = E_r - 0.005A\sigma^2$$

若设风险资产投资比例是 y ，则对具有一定风险厌恶程度的投资者来说，最优风险资产的投资比例是：

$$y = \frac{E(r_p) - r_f}{0.01A\sigma_p^2}$$



五、加入无风险资产对有效集影响的数学推导（不做要求）

- 假设无摩擦的市场证券市场有N种风险资产和一种无风险资产。以 r_f 表示无风险资产的利率，设 p 是由N+1资产组成的前沿证券组合， w_p 是N种风险资产的投资比例，则 w_p 是如下规划的解：

$$\min \frac{1}{2} w^T V w$$

使得 $w^T r + (1 - w^T \mathbf{1}) r_f = E(r_p)$

- 求解有以下有关投资组合的收益与风险的关系:

$$\sigma(r_p) = \frac{E(r_p) - r_f}{\sqrt{H}} \quad \text{如果} \quad E(r_p) \geq r_f$$

$$\sigma(r_p) = -\frac{E(r_p) - r_f}{\sqrt{H}} \quad \text{如果} \quad E(r_p) < r_f$$

■ 这里
$$H = B - 2Ar_f + Cr_f^2$$

■ A、B、C是推导马氏双曲线的变量

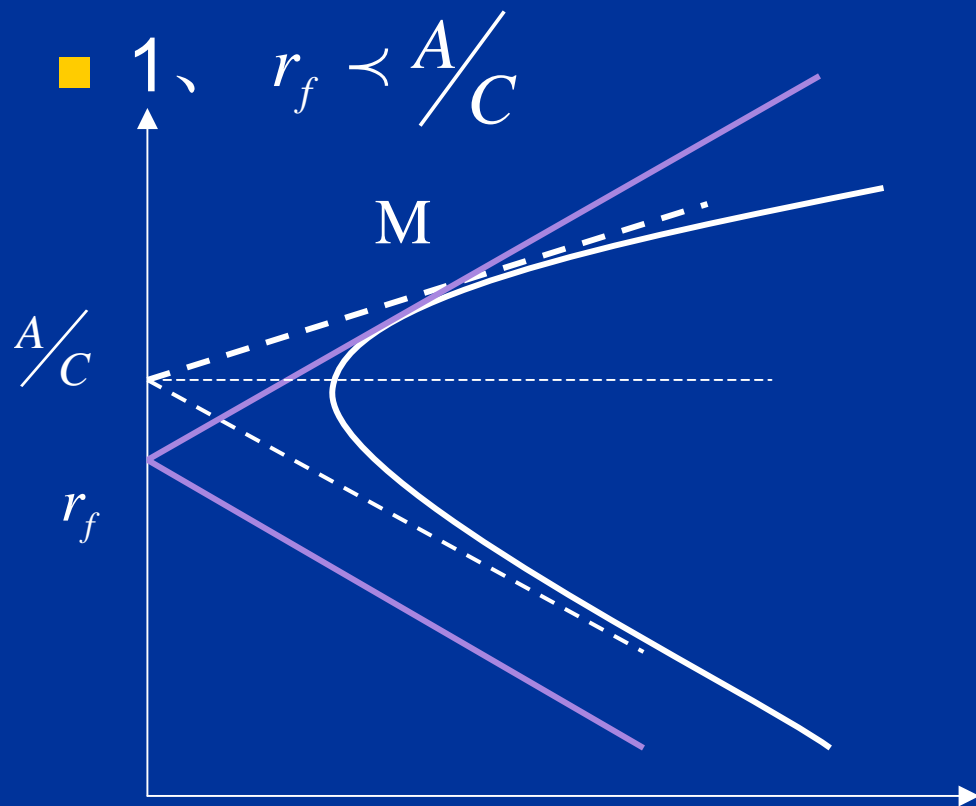
$$A = 1^T V^{-1} r$$

$$B = r^T V^{-1} r$$

$$C = 1^T V^{-1} 1$$

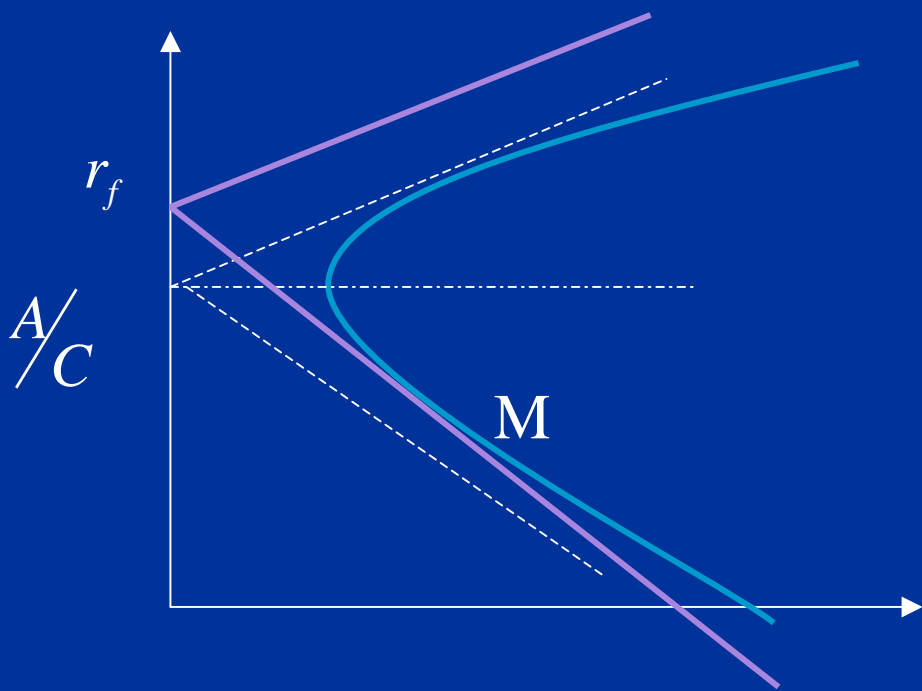


即所有 $N+1$ 种资产的证券组合前沿为过点 $(0, r_f)$ ，斜率为 $\pm\sqrt{H}$ 的半射线组成。有以下三种情况：



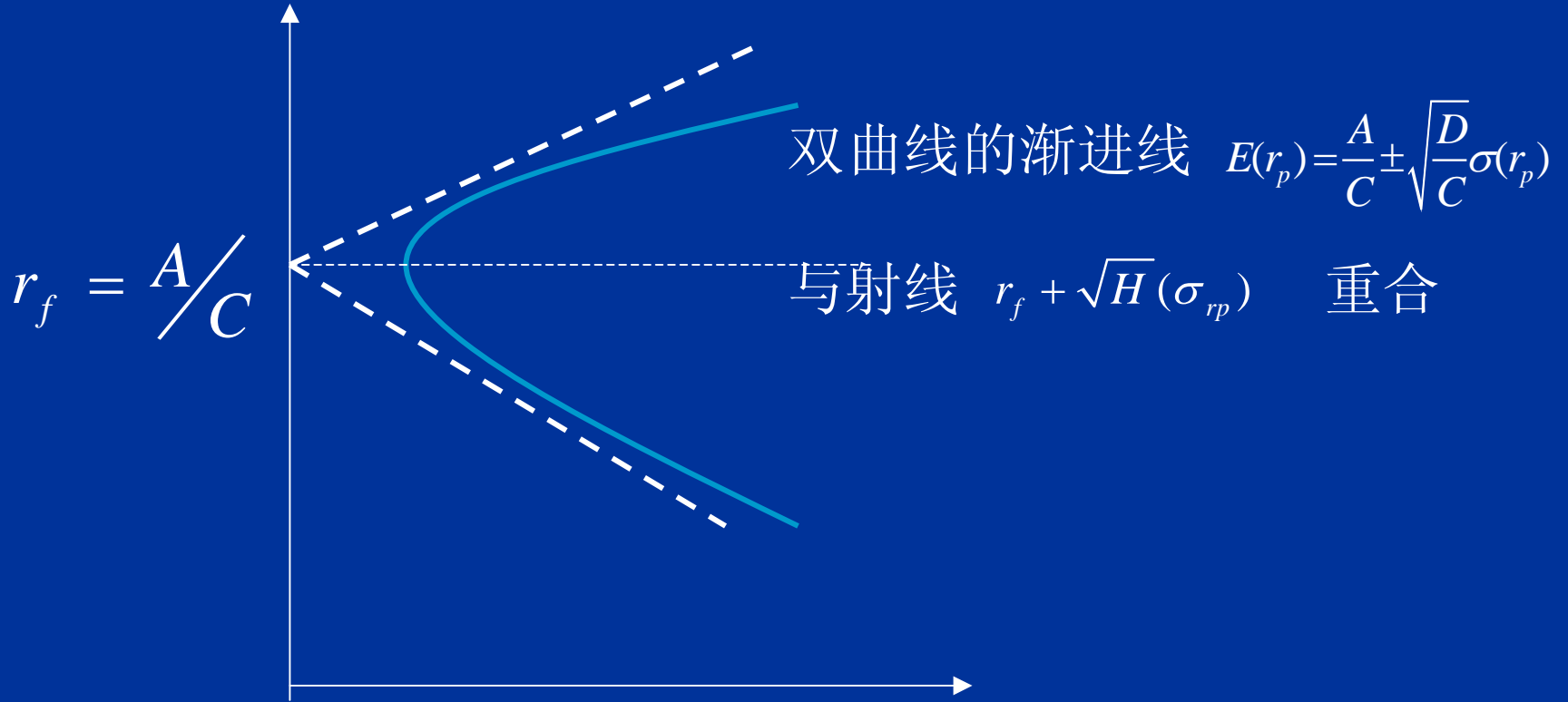
以 r_f 为端点的射线
是 $r_f \pm \sqrt{H} \sigma(r_p)$

$$2、 r_f > \frac{A}{C}$$



射线 $r_f + \sqrt{H}(\sigma_{rp})$ 的是投资者卖空切点M投资与无风险资产的组合，下半支无效

3、 $r_f = \frac{A}{C}$



第二节 CAPM的市场均衡及均衡时证券收益与风险的关系

- 一、CAPM的假设
- 二、资本市场线
- 三、CAPM的结论：证券市场线表示的市场均衡及均衡时单个证券和非有效组合的收益与风险的关系
- 四、 β 系数的含义、作用及CAPM的作用

一、CAPM的基本假设

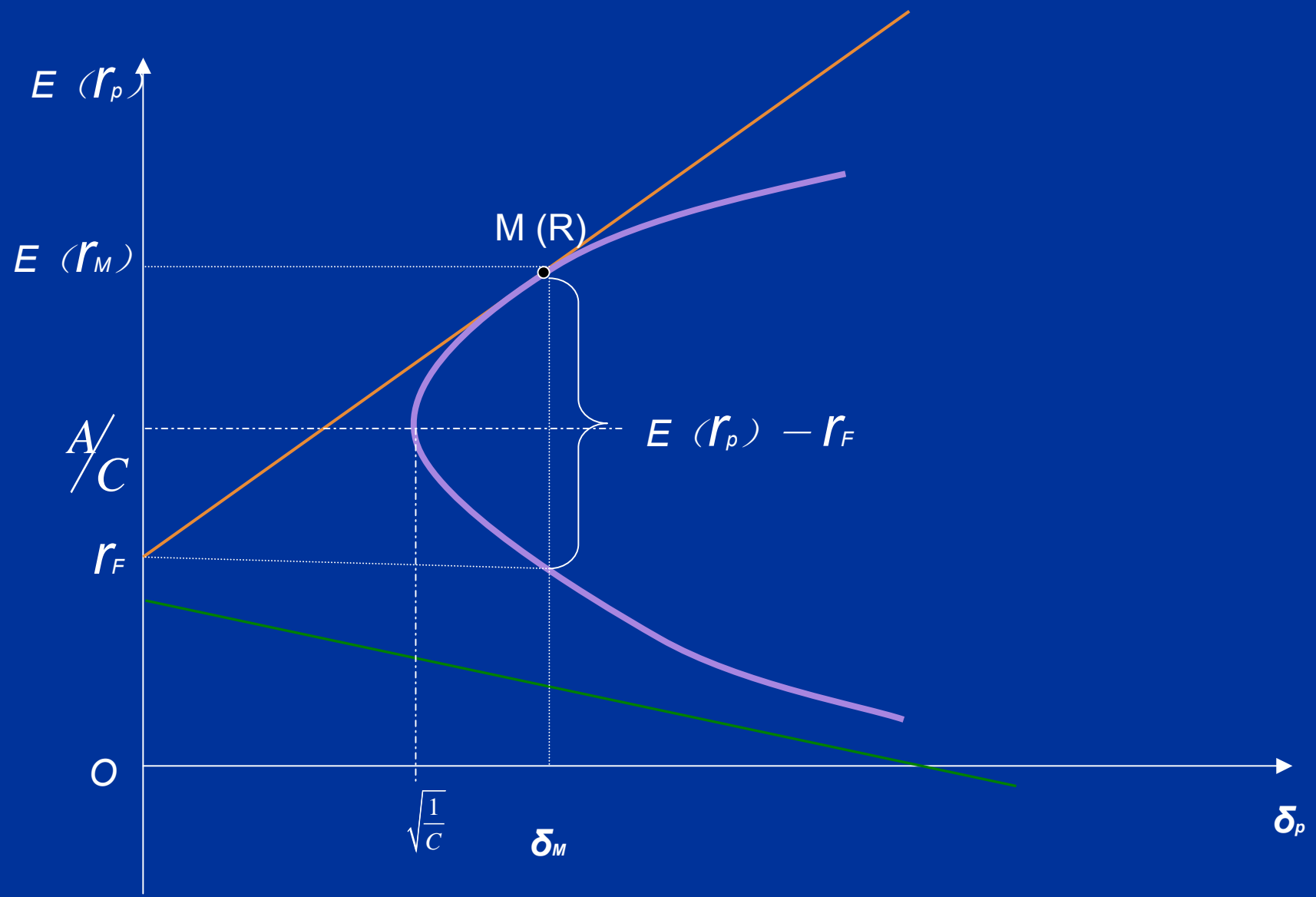
1. 所有投资者在同一单期投资期内计划自己的投资行为组合。
2. 投资者根据回报率的均值与方差来选择投资组合。
3. 投资者追求期望效用最大化, 因此, 当面临其他条件相同的两种选择时, 他们将选择具有较高预期回报率的那一种。
4. 投资者是回避风险的, 因此, 当面临其他条件相同的两种选择时, 他们将选择具有较小标准差的那一种。
5. 存在着大量投资者, 投资者是价格的接受者。

(以上五个假设与马科维兹投资组合一样的假设)

- 6、投资者可以以无风险利率无限制地进行借入和贷出。
- 7、没有税负，没有交易成本，没有市场不完全的情况。
- 8、投资者们对证券回报率的均值、方差及协方差具有相同的期望值，这就意味着，所有投资者对证券的评价和经济局势的看法都一致。这样，投资者关于有价证券收益率的概率分布预期是一致的。

二、资本市场线

- 有了以上假设，我们就可以很容易的找出风险资产加无风险资产的有效集。在下页图中，我们以M代表切点组合，用 r_F 代表无风险利率，有效组合落在从 r_F 出发穿过切点M的直线上，这条直线代表一个有效集——允许无风险借贷情况下的线性有效集。它是由市场组合与无风险借贷结合所获得的收益和方差搭配构成的。
- 我们把这条线称为“资本市场线”（CML）
- 任何无效组合都将位于资本市场线的下方。



这里我们只考虑 $r_f < A/C$ 的情况，因为：

- $r_f = A/C$ 和 $r_f > A/C$ 不是风险厌恶者的投资行为。
- 并且 $r_f = A/C$ 和 $r_f > A/C$ 与市场出清条件相违背。

(一) 资本市场线揭示的分离定理

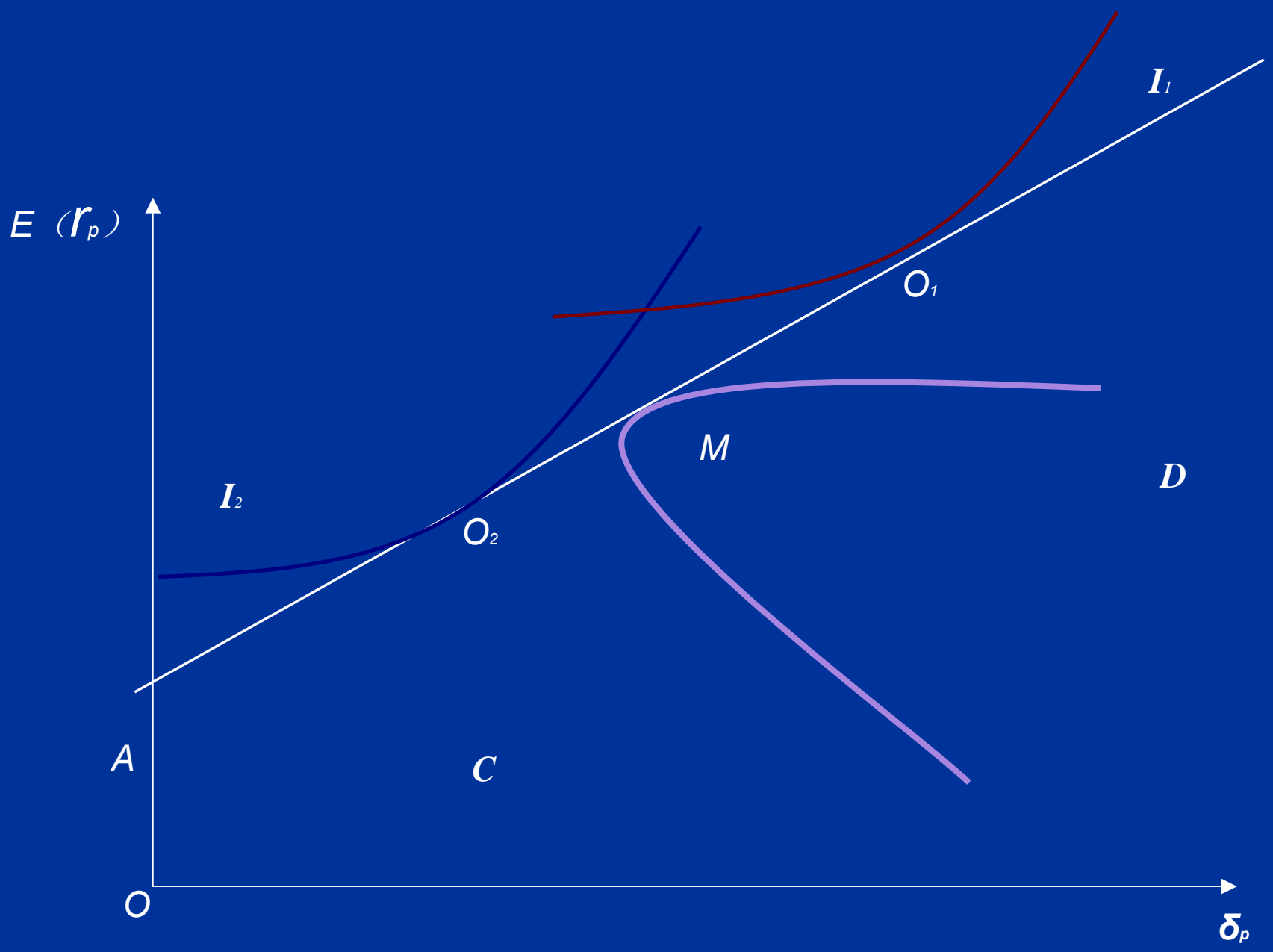
如果一个投资者决定要构造风险资产加无风险资产的组合，他只需要一个最优的风险资产组合投资，他有三种选择：

- 将所有的初始资金投资于风险资产组合
- 一部分资金投资风险资产组合，一部分贷出
- 在货币市场上借款，再加上自己的初始资金，全部投资风险资产组合

- 无论什么选择，都有一个新组合产生（包含无风险和风险资产），这个组合的标准差和期望收益之间一定存在着线性关系。这个线性关系是资本资产定价模型的主题。正因为有效集是线性的，有下列分离定理成立：

- 投资者将首先根据马克维茨的组合选择方法，分析证券，并确定切点的组合。
- 因为投资者对于证券回报率的均值、方差及协方差具有相同的期望值。线性有效集对于所有的投资者来说都是相同的，因为它只包括了由意见一致的切点组合与无风险借入或贷出所构成的组合。

- 由于每个投资者风险——收益偏好不同，其无差异曲线的斜率不同，因此他们的最优投资组合也不同，但最优风险资产的构成却相同(即切点组合)。
- 也就是说，无论投资者对风险的厌恶程度和对收益的偏好程度如何，其所选择的风险资产的构成都一样
- 具体讲，每一个投资者将他的资金投资于风险资产和无风险借入和贷出上，而每一个投资者选择的资产组合都是同一个资产组合，加上无风险借入和贷出只是为了达到满足投资者个人对总风险和回报率的选择偏好。



在图中， I_1 代表厌恶风险程度较轻的投资者的无差异曲线，该投资者的最优投资组合位于 O_1 点，表明他将借入资金投资于风险资产组合上

I_2 代表较厌恶风险的投资者的无差异曲线，该投资者的最优投资组合位于 O_2 点，表明他将部分资金投资于无风险资产，将另一部分资金投资于风险资产组合。

虽然 O_1 和 O_2 位置不同，但它们都是由无风险资产A和相同的风险资产组合M组成，因此他们的风险资产组合中各种风险资产的构成比例自然是相同的。

分离定理的核心在于揭示一下事实：

- 1、在均衡条件下，每一位投资者只要向风险资产投资则必定持有切点组合。
- 2、如果切点组合的构造已知，或者有一个切点组合基金，则均衡条件下的投资组合工作大为简化，投资者只需将资金适当分配于无风险资产和切点组合即可实现最佳投资。
- 3、一个投资者的最优风险资产组合是与投资者对风险和收益的偏好状况无关的。

分离定理的意义

- 对于从事投资服务的金融机构来说,不管投资者的收益/风险偏好如何,只需找到切点所代表的风险资产组合,再加上无风险证券,就可以为所有投资者提供最佳的投资方案.投资者的收益/风险偏好,就只需反映在组合中无风险证券所占的比重.

(二) 资本市场线揭示的资本市场的纯交换经济竞争均衡

- 纯交换经济是只考虑交换没有生产的经济，再加上CAPM的单期假设，所以证券总供给线是垂直的。
- 竞争均衡是一个静态概念，描述一种稳定的经济状态，而不是经济如何实现这种状态。这个概念的主要含义是什么样的状态是最好的(在均衡状态，对每人都是最优状态，没有人愿付出代价改变现状)。

资本市场均衡（证券市场）均衡

- 命题1:一个风险资产回报率向量和无风险资产利率（相应地有风险资产价格向量和无风险资产价格）称为均衡回报率（相应有均衡价格），如果它们使对资金的借贷量相等且对所有风险资产的供给等于需求。
- 命题2: 市场达到均衡时，所有个体的初始财富总和等于所有风险证券的市场总价值。
- 命题3:资本市场线CML与有风险资产的有效组合边界的切点所代表的资产组合就是有风险资产的市场组合。

因此资本市场均衡状态的条件是：

- 均衡价格的存在将使得借贷市场结清（即在无风险市场上的净投资为零。）
- 市场（有风险资产）组合等于最优组合（每一个投资者对每一种证券都愿意持有一定的数量，市场上各种证券的价格都处于使该证券的供求相等的水平上），
- 即期消费的需求量等于供给量（即无风险利率的水平也正好使得借人资金的总量等于贷出资金的总量。）

命题2、3的简单证明:

- 为了市场出清, 获得均衡价格, 须有:

$$\sum_{i=1}^I \alpha_i W^i_0 \omega_{ej} = \omega_{mj} \times V$$

$$\omega_{mj} = \omega_{ej} \quad j = 1 \dots N$$

因此, e 就是 $r_f \prec A/C$ 下的市场组合, 且 $m \neq mvp$

对命题1、2、3的说明：

- 切点M所代表的有风险资产究竟是什么样的组合？
- 市场组合：市场投资组合是指它包含所有市场上存在的资产种类。各种资产所占的比例和每种资产的总市值占市场所有资产的总市值的比例相同。
- 有风险资产的市场组合是指从市场组合中拿掉无风险证券后的组合，所以资本线与有风险资产的有效组合边界切点M所代表的资产组合就是有风险资产的市场组合。

- 市场资产组合的风险溢价与市场风险和个人投资者的风险厌恶程度成比例。

$$E(r_m) - r_f = \bar{A} \sigma_m^2 \times 0.01$$



- 在CAPM的假设下，每一个投资者都面临一种状况，有相同的预期，以相同的利率借入与贷出，他们都在资本市场线上有一个位置，将所有投资者的资产组合加总起来，投资无风险资产的净额为零，并且加总的风险资产价值等于整个经济中全部财富的价值，这就是市场有风险资产组合。即每种证券在这个切点组合中都有非零的比例，切与其市值比例相等。这一特性是分离定理的结果。

- 之所以说切点M(即T点)所代表的资产组合就是有风险资产的市场组合，是因为：

任何市场上存在的资产必须被包含在M所代表的资产组合里。不然的话，因为理性的投资者都会选择AM直线上的点作为自己的投资组合，不被M所包含的资产（可能由于收益率过低）就会变得无人问津，其价格就会下跌，从而收益率会上升，直到进入到M所代表的资产组合。

- 资本市场线表明的是资本市场竞争均衡的一种状态。竞争均衡是每一个市场参与人在预算约束下，在一定的均衡价格水平下，达到最优效用水平，总需求等于总供给。从CAPM的假定看，所有投资者面对市场投资的最终结果是持有同样的最优风险资产组合M点。这个组合中会包含所有市场中的股票，并且其比例与这些股票的市值比例一样。CAPM是收益风险权衡主导的市场均衡，是许多投资者的行为共同作用的结果，即由大量市场参与者后供需均衡的结果。

(三) 资本市场线的函数表达式及市场均衡时有效组合收益与风险的关系

- 如果M点所代表的有风险资产组合的预期收益率和标准差分别是 $E(r_M)$ 和 σ_M ，投资于这一有风险资产组合的资金比例是 W_M ，投资于无风险证券的资金比例是 $1 - W_M$ ，则加上无风险证券后的组合的预期收益率 $E(r_P)$ 和标准差 σ_P 就应是

$$E_{r_P} = r_F + \frac{E(r_M) - r_F}{\sigma_M} \sigma_P$$

$$E_{r_P} - r_F = \frac{E(r_M) - r_F}{\sigma_M} \sigma_P$$

- 对资本市场线的理解：在市场均衡时有效组合的风险和收益将满足一种简单的线性关系，对有效组合而言，风险越大，收益越大，并且这时有效组合的总风险就等于系统风险。
- 有效组合的风险补偿与该组合的风险成正比例变化，其比例因子是：

$$\frac{E(r_M) - r_F}{\sigma_M}$$

它是资本市场线的斜率，也称为报酬波动比，即风险的价格。而且是市场组合的风险的价格。

三、CAPM模型的结论——证券市场线表示的单个证券和无效组合的风险与收益的关系

(一) CAPM要解决的问题·

- 资本市场线对有效组合的风险（标准差）与期望收益率的关系给予完整的描述，随风险增大，收益增大，但其中也有含糊之处，即风险究竟怎样度量，对无效组合或单个证券的风险怎样度量，不能得到单个证券的标准差与期望收益之间明确的关系。



- 因为单个证券的总风险分为系统性风险和非系统性风险。这其中只有系统性风险能得到补偿，而非系统性风险则与收益无关，通常被分散投资组合消除减弱。在基本假设下，由于人们均选择有效证券组合，与投资者相关的是单个证券的系统风险。所以我们需要找出对单个证券而言，系统风险与期望收益的关系，这就是资本资产定价模型的核心内容。我们可以用证券市场线将之表达出来。



(二) 证券市场线

- 1、证券市场线 (Security Market Line), 它反映了单个证券或无效组合与市场组合的协方差和该单个证券或无效组合预期收益率之间的在市场均衡时的线性关系
 - 其中, β_i 称为证券*i*的贝塔系数, 它是表示证券*i*与市场组合协方差的另一种方式

$$E(r_i) = r_F + \frac{E(r_M) - r_F}{\sigma_M^2} \sigma_{iM}$$

$$E(r_i) = r_F + [E(r_M) - r_F] \beta_i \quad (\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2})$$



以上公式是证券市场线，也即资本资产定价模型。

CAPM 说明了一种资产的预期回报率决定于：

- 货币的纯粹时间价值：无风险利率
- 承受系统性风险的回报：市场风险溢价
- 系统性风险大小：beta 系数
- 它的含义是：市场组合将其承担风险的奖励按每个证券对其风险的贡献的大小按比例分配给单个证券。



- 市场组合的总风险只与各项资产与市场组合的风险相关性（各项资产的收益率与市场组合的收益率之间的协方差）有关，而与各项资产本身的风险（各项资产的收益率的方差）无关。这样，在投资者的心目中，如果 σ_{im} 越大，则第*i*项资产对市场组合的风险的影响就越大，在市场均衡时，该项资产应该得到的风险补偿也就应该越大。



- 如果将证券*i*换成任意证券组合*P*，则有

$$E(r_p) = r_f + \beta_p [E(r_m) - r_f] \quad (\text{资本资产定价模型})$$

- 可见，无论单个证券还是证券组合，其风险都可以用 β 系数测定，证券组合的 β 系数是单个证券 β 系数加权平均

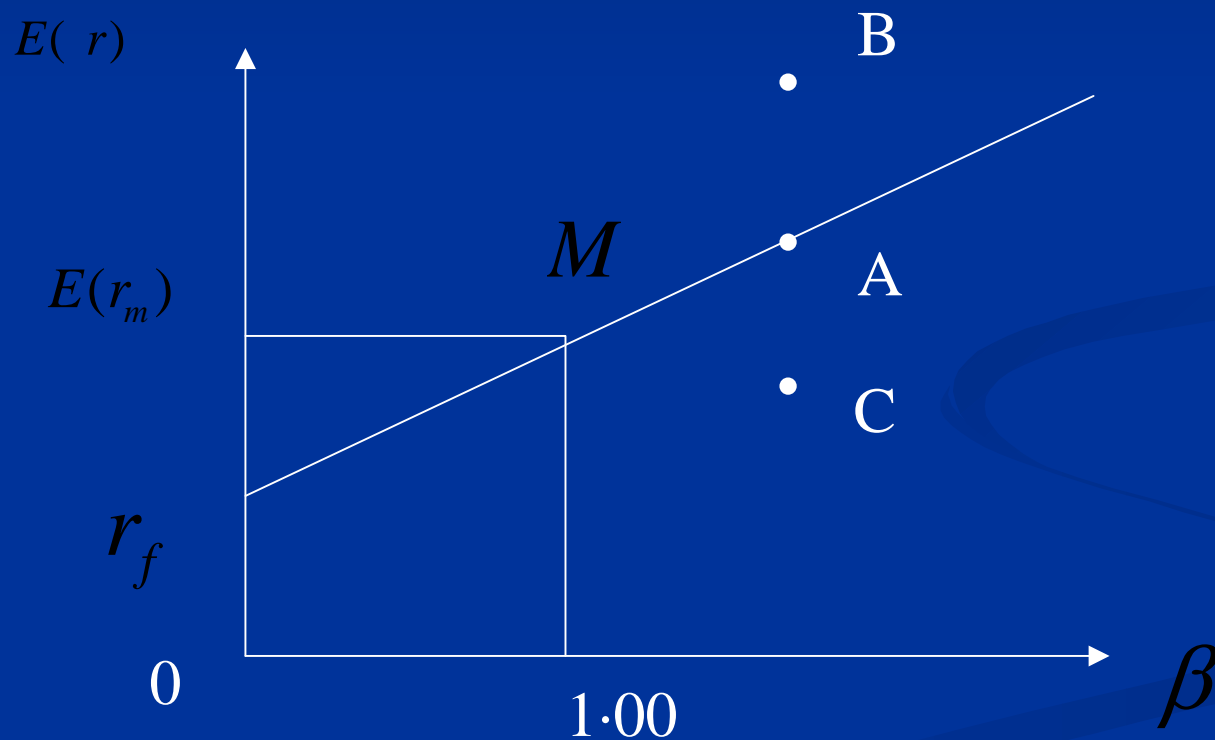
$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i$$



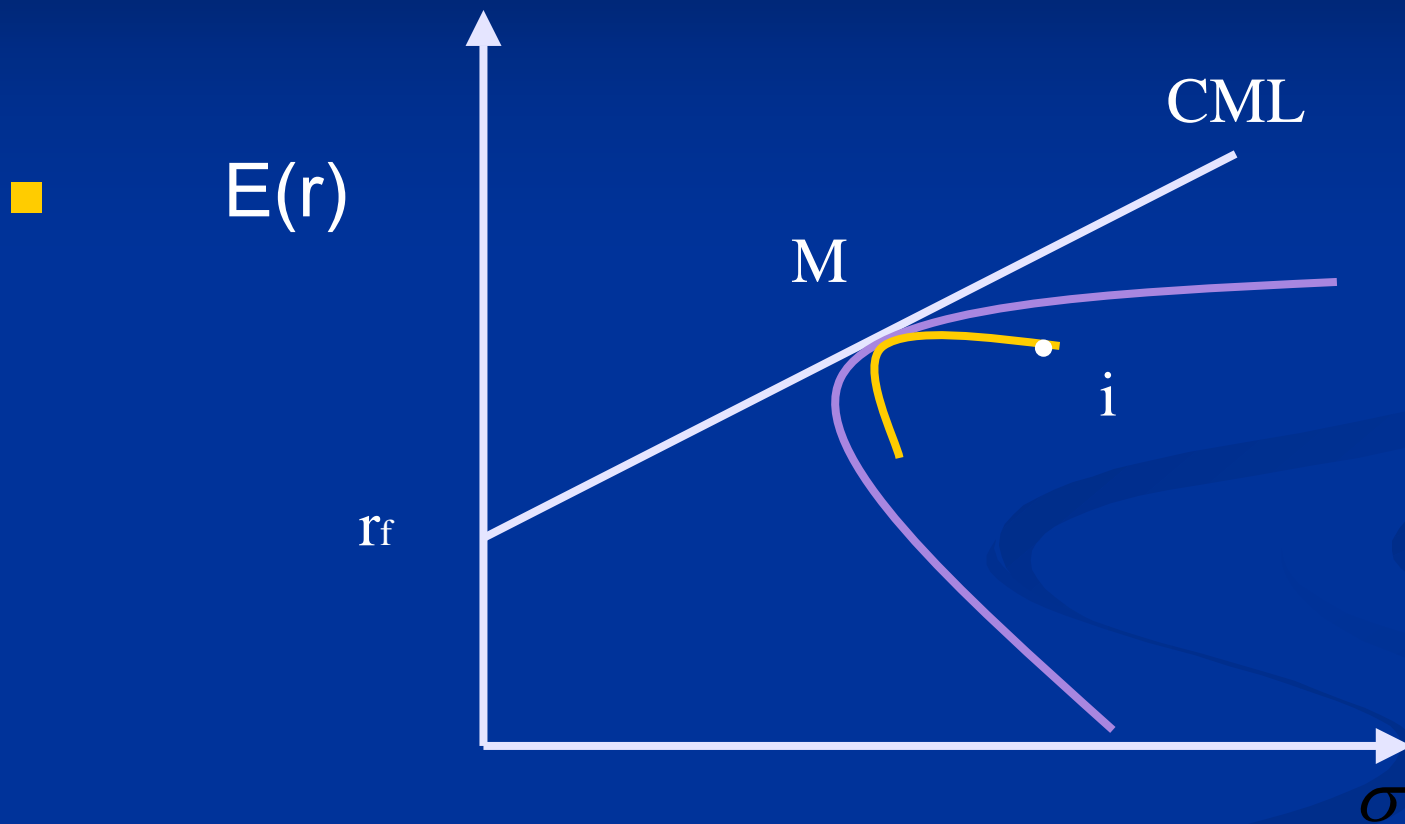
- 2、证券市场线也反映了资本市场线所表示的市场均衡。即当市场均衡时，任一个证券或无效组合或有效组合的均衡价是多少。

$$\frac{E(r_i) - r_f}{\sigma_{im}} = \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m^2}$$

■ 3、证券市场线的几何表达及失衡证券的表达



4、证券市场线的推导数学 (有多种推导方式，将推荐参考书参阅)



5、总结

- CAPM 基于许多的假设，包括
 - 所有投资者有相同的信心
 - 所有投资者是均值-方差最优化者
 - 所有投资者有流动性需求
 - 证券收益通常是分散的
- 结果是一个线性定价关系：预期回报率是系统性风险的函数
- 系统性风险的唯一来源被认为是市场组合。所有的投资者同样的持有这个风险市场组合，因为它是均值-方差有效的。
- CAPM 主张如果价格变动出线，所有投资者都将对他的组合作小幅调整，价格将重回均衡



四、 β 系数含义、作用及CAPM的作用

- β 系数反映单个证券或证券组合对市场组合方差的贡献率，作为有效证券组合中单个证券或证券组合的风险测定，并以此获得期望收益的奖励。
- 与第一个含义相连 β 系数表示单个证券或组合的系统风险与市场组合风险的关系。



- 系统风险 = $\beta_p^2 \times$ 市场组合风险
- β 系数作为证券或证券组合的特征线的斜率，描述了证券或证券组合的实际收益的变化对市场（市场组合）的敏感程度。

$$r_p = \alpha_p + \beta_p r_m + \varepsilon_p$$



β 系数的应用

- 测定风险的可收益性
- 作为投资组合选择的一个重要输入参数
- 反映证券组合的特性
- 根据市场走势选择不同的 β 系数的证券可获额外收益



CAPM的作用

- 用于现金流折现估价模型
- 用与公司资金预算决策
- 用于非竞争性项目或秘密项目的资金成本计算，以确定价格。
- 用于搜寻市场中价格错定证券。



第三节 特征线模型

- 一、特征线的含义与表达
- 二、 α 系数的含义与运用
- 三、资本市场线、证券市场线与证券特征线的比较



一、特征线的含义

1、证券特征线的要义

- 证券特征线表示的是证券均衡预期收益率（实际上，这是事前特征线）与实际预期收益率的关系。如果通过对过去观察的数据得出实际收益率对市场均衡收益的回归分析而得到的拟合直线就是（事后）特征线。



- 均衡预期收益率就是由证券市场线所决定的证券 i 的预期收益率，根据CAPM证券价格将不断调整到均衡位置，每种证券都位于证券市场线中，这时，每种证券的预期收益率就是均衡的预期收益率。但在实际中，会有偏离证券市场线给定的超额收益（有正有负）的状况出现，会出现证券均衡预期收益率与实际预期收益率不同的情况。实际上，这时市场未能处于均衡状态。欲了解未处于均衡定价的证券收益率与均衡定价的均衡收益率的关系，就可以用证券特征线表示。



2、特征线的估计及特征线中的 α

- 在特征线中用任意证券或证券组合收益与证券市场组合收益的关联性来表示该证券均衡预期收益与实际预期收益的关系。
- 任意证券或证券组合与证券市场组合收益的关联性可以由回归分析得到。这个回归方程称作证券*i*的特征方程：

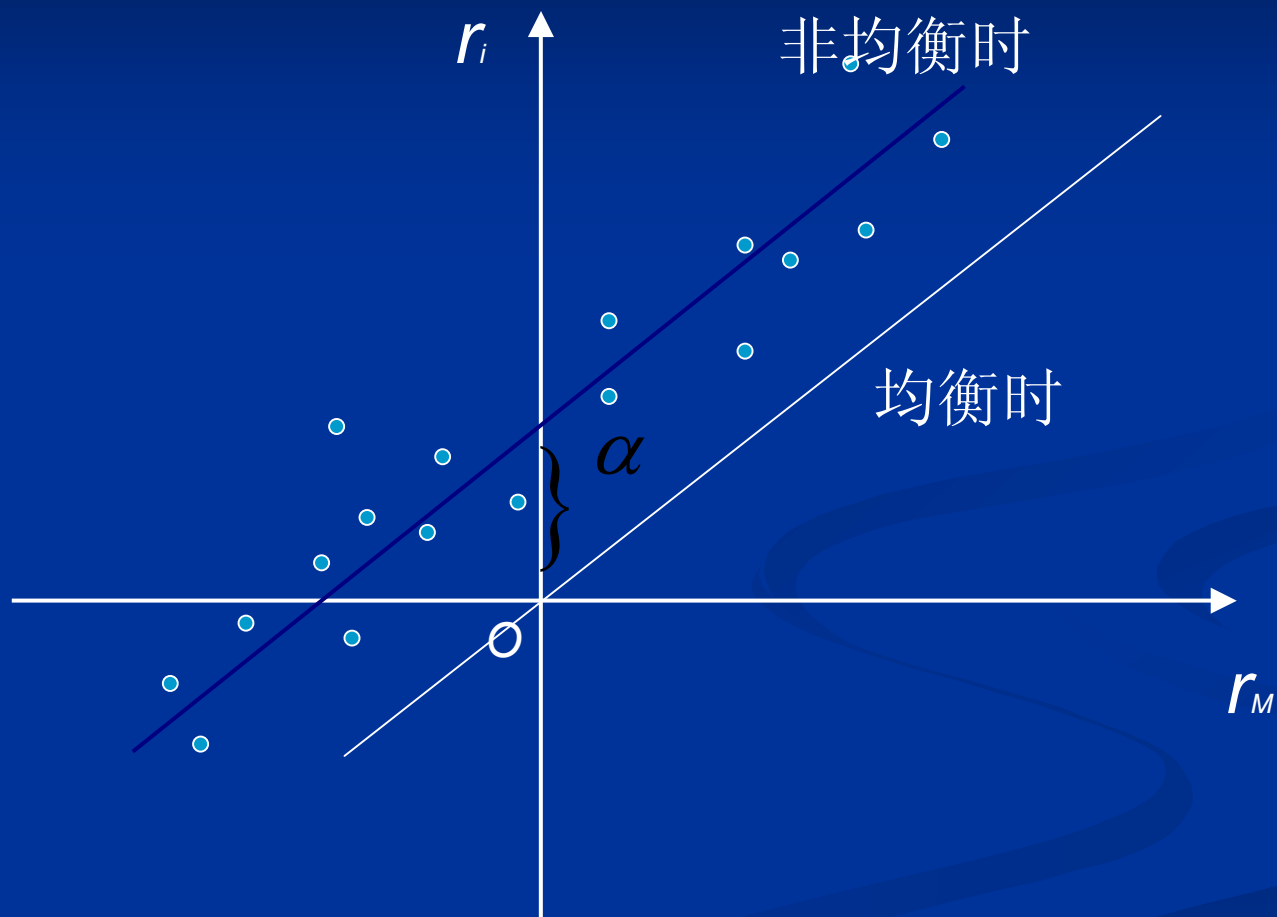
$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_m + \varepsilon_i$$

- 而由市场收益率所能决定的那一部分收益率便由回归直线确定，这条回归直线称为证券*i* 的特征线：

$$E(r_i) = \alpha_i + \beta_i E(r_m)$$



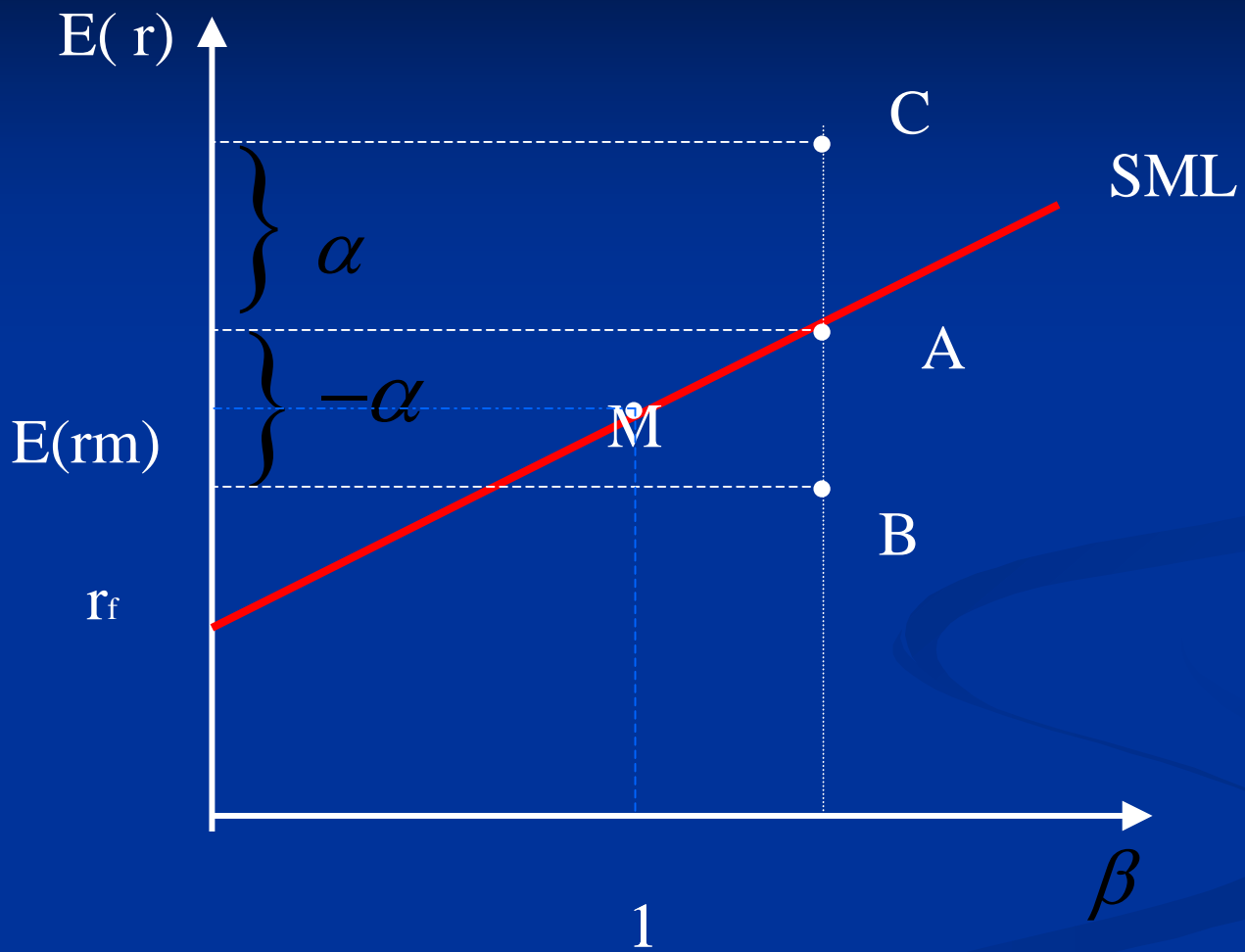
特征线的估计



3、在证券市场线中的 ~~系数~~ 的定义

- α_i 为证券I的真实期望收益与均衡期望收益间的差额。
- $E(r_i) - E(r_{ie}) = \alpha_i$
- 因为 $E(r_{ie}) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f]$
- 所以 $\alpha_i = E(r_i) - r_f - \beta_i [E(r_m) - r_f]$
- 或者 $E(r_i) - r_f = \alpha_i + \beta_i [E(r_m) - r_f]$ ，它与市场均衡时的风险补偿的差别就是多了一个 α 值。



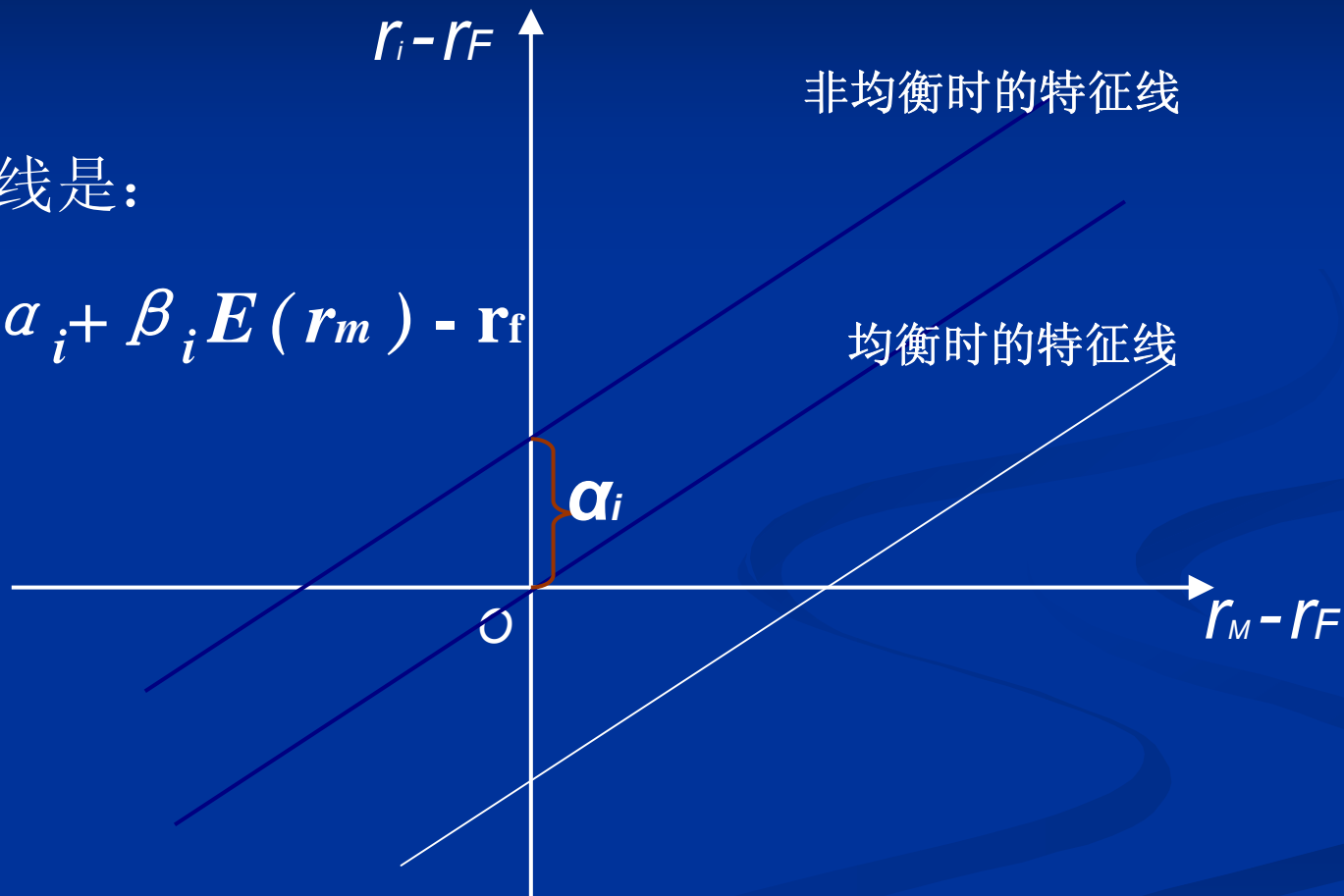


4、以风险补偿表示的特征线及其中的

α

回归直线是：

$$E(r_i) - r_f = \alpha_i + \beta_i E(r_m) - r_f$$



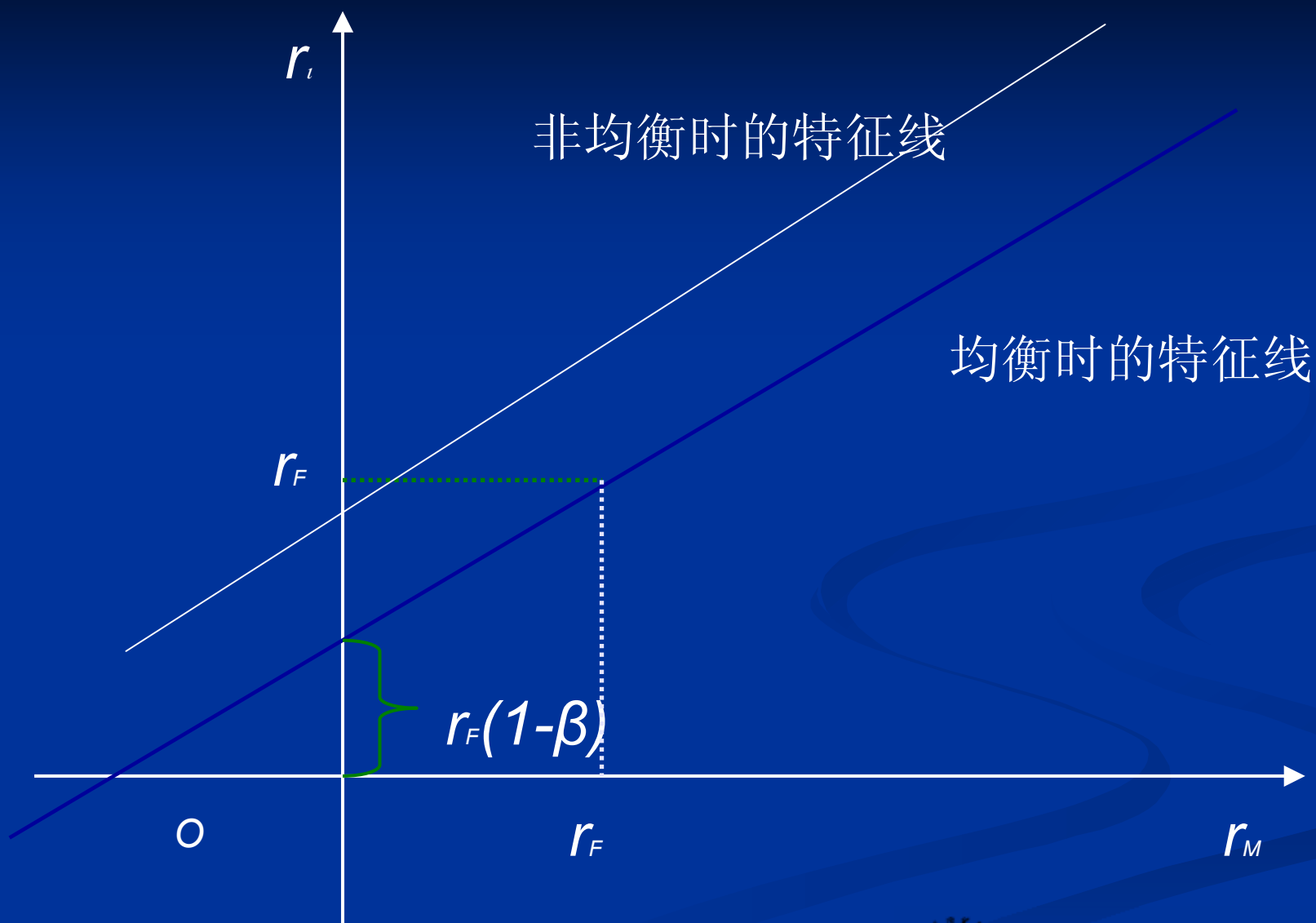
对外经济贸易大学

UNIVERSITY OF INTERNATIONAL BUSINESS AND ECONOMICS

5、以总收益表达的证券特征线

- 在CAPM下， $E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f]$
- 即 $E(r_i) = r_f (1 - \beta_i) + \beta_i r_m$
- 所以在市场均衡时， $\alpha_i = r_f (1 - \beta_i)$
- 因此证券i的特征线也等于：
- $r_i = r_f (1 - \beta_i) + \beta_i r_m$
- 所以均衡时特征线的截矩是 $r_f (1 - \beta_i)$ ，非均衡时的截矩是 $\alpha_i + r_f (1 - \beta_i)$





- 不同证券和组合都经过共同的点 (r_f, r_f)
- 不同的证券组合，只要有相同的 β -系数，将共同拥有同一条特征线。
- 在资本市场线中处于同一水平线上的组合有同一条特征线，特征线的斜率为其 β ，因为它们的系统性风险系统。



- 二、 α 系数的含义与实际运用
- α 正是实际收益率和均衡状态的差异，因而 α 作为这种差异的度量，便反映了市场价格的误差程度。
- 当 $\alpha > 0$ 时，市场对证券i的收益率的预期高于均衡的期望收益率，因而市场价格偏低；
- 当 $\alpha < 0$ 时，市场对证券i的收益的预期低于均衡的期望收益率，市场价格偏高。
- 在实际运用中被称为 α 非为零的证券抛补策略。



三、资本市场线、证券市场线与证券特征线的比较

- 几何图形见附件



比较的结论

在资本市场线中处于同一水平上的组合将：

- 1、相同的期望收益率
- 2、相同的贝塔系数
- 3、相同的系统风险
- 4、证券市场线上的同一点
- 5、同一条特征线
- 6、不同的总风险
- 7、有效组合落在资本市场线上，无非系统风险，收益率严格落在特征线上，
- 8、无效组合落在资本线的右边，有非系统风险，收益率散落在特征线附近。



在无风险组合水平线上的点将满足：

- 1、期望收益率均等于无风险收益
- 2、均为零贝塔组合
- 3、无系统风险
- 4、特征线为水平直线
- 5、与市场组合不相关
- 6、不同的总风险（这时总风险等于非系统风险）



第四节 资本资产定价模型的检验与扩展

- 一、资本资产定价模型的检验
- 二、资本支持定价模型的扩展
- 三、资本资产定价模型的贡献与不足



一、资本资产定价模型的检验

- 资本资产定价模型是建立在严格的假设前提下的。这些严格的假设条件在现实的世界中很难满足的。
- 那么，该理论有多大的应用价值呢？我们可以从两方面来回答这个问题。
- 一是放宽不符合实际的假设前提后，看该理论能否基本上成立；
- 二是通过实证检验看这一理论是否能较好地解释证券市场价格运动规律。



- 法马等人根据1935——1968年间在纽约股票交易所上市的股票的数据，测算了月平均收益、系统性风险和非系统性风险之间的关系，结果说明，早期的实证检验并没有完全地支持资本资产定价模型，但是确实支持了以下的观点，即 β 值是一个有用的风险衡量指标，高 β 值股票的定价倾向于使投资者获得相应较高的投资收益。



罗尔1977

- 对于资本资产定价模型唯一合适的检验形式应当是：检验包括所有风险资产在内的市场资产组合是不是具有均方差效率的
- 如果检验是基于某种作为市场资产组合代表的股票指数，那么如果该指数是具有均方差效率的，则任何单个风险资产都回落在证券市场线上，而这是由于恒等变形得出，没有任何意义
- 如果检验是基于某种无效率的指数，则风险资产收益的任何情形都有可能出现。



CAPM的发展

- 卖空限制
- 无风险资产借入贷出假定的修正
- 投资者预期不一致的CAPM
- 存在价格影响者的CAPM
- 多个持有期下的CAPM
- 存在不确定性的通货膨胀的CAPM
- 存在个人收入税的CAPM



二、资本资产定价模型的展开

(一) 异质预期

如果投资者对未来资产预期收益有着不同的看法，他们就会得到不同的投资机会集合，从而产生不同的有效边界。这使得资本资产定价模型的分离定理不再存在。林特耐 (Lintner) 1967年的研究表明，不一致性预期的存在并不会给资本资产定价模型造成致命影响，只是资本资产定价模型中的预期收益率和协方差需使用投资者预期的一个复杂的加权平均数。



(二) 零-贝塔资产组合模型

- 在基础模型中假定无风险资产的存在，1972年black证明了：两基金分离定理在不存在无风险资产的情况下，同样在有效边界上成立。这时总可以找到与市场资产组合对应的正交资产组合——“零-贝塔资产组合”。从而获得零-贝塔资产定价

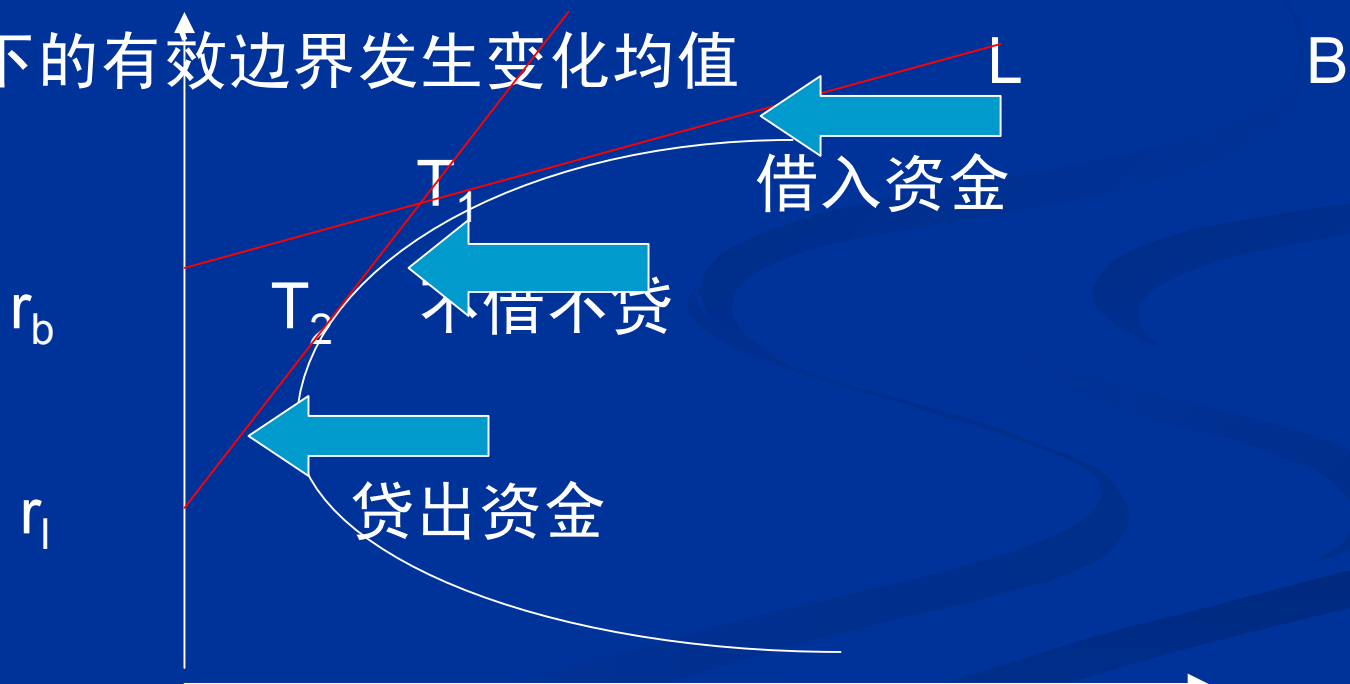
模型。

$$r_i - r_0 = \frac{\text{COV}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} r_M = \beta_{iM} (r_M - r_0)$$



(三) 不同的借贷利率

- 基础模型假定投资者可以按照固定的无风险利率无限制的借贷。但是实际上借入资本利息要高于贷出资本利息。这种情况下的有效边界发生变化均值



（四） 交易费用

- 大量经验数据表明，投资者在其证券投资过程中，平均仅持有3.4种证券，34%的投资者仅持有1种，50%持有的股票不超过2种，不到11%的投资者持有10种以上的证券。而资本资产定价模型预言投资者持有所有风险资产。除了财富限制，证券无限可分缺陷以外，交易费的存在也是一个主要原因。交易费的存在导致投资者不愿意持有过多的资产。在这种情况下，风险资产的预期收益率可以写为：



$$r_i = r_f + \frac{\sum_{k=1}^K W_k (r_k - r_f)}{\sum_{k=1}^K W_k} \beta_{ik}$$

- W_k 代表投资者k用于投资的财富。 r_k 代表投资者k持有的资产组合平均收益率。
- β_{ik} 代表资产I对于投资者k持有的资产组合的贝塔值，不一定是市场组合的。

三、CAPM 贡献与不足

- CAPM 理论以其对现代金融经济学的三大核心贡献而使其成为科学发展的重要里程碑：
- 明确了切点组合的结构，并提出了市场组合的概念，
- 提出并证明了新的风险测度方法，
- 提出了单个证券的均衡定价方程。



- CAPM主要不足在于：
- 静态单阶段的研究方法使得CAPM要求的投资行为与实际有所差异，并因此不能将消费与投资进行综合研究
- 关于市场无摩擦假设与无限制卖空假设也与实际有所距离。
- 关于投资者预期一致与信息对等的假设也与实际不相符，因为这意味着信息无成本。

